

*На правах рукописи*

Захарова Наталья Борисовна

Алгоритмы и программы интерполяции и экстраполяции  
геофизических данных наблюдений Мирового океана

05.13.18 – «Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте вычислительной математики Российской академии наук (ИВМ РАН).

**Научный руководитель:** Агошков Валерий Иванович, доктор физико-математических наук, профессор.

**Официальные оппоненты:** Сетуха Алексей Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского вычислительного центра Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова,

Никитин Кирилл Дмитриевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института вычислительной математики Российской академии наук.

**Ведущая организация:** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт океанологии им. П.П. Ширшова Российской академии наук.

Защита состоится 27 мая 2013 года в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 002.045.01 при ИВМ РАН, расположенном по адресу: 119333, г. Москва, ул. Губкина, д. 8.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИВМ РАН.

Автореферат разослан \_\_\_ апреля 2013 года

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 002.045.01,

доктор физико-математических наук

Г. А. Бочаров

## Общая характеристика работы

**Актуальность работы.** При исследовании океанологических полей приходится сталкиваться с обработкой больших массивов данных. Эти данные часто представляют собой результаты наблюдений, осуществленных в произвольном множестве точек области задания изучаемого поля, и являются исходным материалом для проведения многих исследований. От качества обработки исходного числового материала существенно зависит доверие к получаемым выводам. Одной из важных задач обработки исходного числового материала являются процедуры интерполяции и экстраполяции.

Данная работа главным образом посвящена исследованиям и реализации вычислительных алгоритмов интерполяции и экстраполяции геофизических данных наблюдений (преимущественно данных системы ARGO) и применению построенных по ним полей основных океанографических характеристик в математическом моделировании и решении задач ассимиляции данных.

Обработка и интерполяция данных измерений профилирующих буев ARGO является актуальной проблемой в связи с бурным развитием наблюдательных систем мониторинга природной среды, мощных вычислительных комплексов и новейших математических алгоритмов анализа и обработки данных наблюдений и гидродинамического прогноза состояния Мирового океана. Система профилирующих буев ARGO дает уникальную оперативную информацию о состоянии океана, дополняя возможности других измерительных комплексов, поскольку дает важную информацию о глубинной изменчивости полей океана. С использованием данных системы ARGO впервые в истории океанографии стало возможным более детальное описание слоя океана до глубин в 2000 м.

Сложность обработки данных измерений профилирующих буев ARGO состоит в их неравномерном распределении по пространству и по времени. Для решения этой проблемы используются алгоритмы интерполяции данных, благодаря которым строятся поля основных океанографических параметров Мирового океана на равномерных сетках с различными пространственными разрешениями, на различных горизонтах. С помощью построенных полей можно решать задачи

термогидродинамики океанов и морей, улучшать точность прогностических расчетов численных моделей, усваивая эти поля данных наблюдений в моделях циркуляции океанов и морей, решать различные обратные задачи и строить атласы наблюдаемых полей.

**Цель диссертационной работы.** Основной целью диссертационной работы является разработка алгоритмов интерполяции и экстраполяции данных на регулярные сетки, создание программных комплексов для обработки и интерполяции класса геофизических данных наблюдений состояния Мирового океана, решение некоторых задач гидротермодинамики с применением построенных по данным профилирующих буев ARGO полей температуры и солёности.

**Научная новизна работы.** В работе предложены методы интерполяции и экстраполяции геофизических данных наблюдений Мирового океана. Разработан комплекс программ для обработки, интерполяции и экстраполяции данных наблюдений системы буев ARGO. Проведено исследование и численное решение задачи нахождения вертикальных коэффициента турбулентного теплообмена и потока тепла. Благодаря использованию построенных в работе полей при решении задачи инициализации в модели общей циркуляции Мирового океана, разработанной в ИВМ РАН, улучшены расчетные характеристики численной модели.

**Практическая ценность работы.** Создан комплекс программ на языке Fortran для обработки, интерполяции и экстраполяции данных наблюдений системы буев ARGO на регулярные сетки; построены поля температуры и солёности на различных сетках за 2008-2010 гг., которые могут быть использованы при решении различных практических задач; реализовано информационное обеспечение Информационно-вычислительной системы «ИВМ РАН – Черное море».

**На защиту выносятся следующие результаты и положения:**

1. Предложены метод интерполяции и экстраполяции данных наблюдений с учетом характеристик адвективных и конвективных течений в водах океанов и морей и метод кусочно-гармонической интерполяции геофизических данных на сферических поверхностях.

2. Разработан Комплекс программ для построения полей основных океанографических параметров Мирового океана по данным профилирующих буев ARGO.

3. Построены поля температуры и солёности в акватории Мирового океана на различных пространственных, глубинных и временных сетках по данным измерений системы профилирующих буев ARGO за 2008-2010 гг.

4. Уточнены расчетные характеристики разработанной в ИВМ РАН численной модели общей циркуляции Мирового океана путем решения задачи инициализации и ассимиляции построенных в работе полей температуры и солёности.

5. Исследованы и численно решены обратная задача нахождения вертикального коэффициента турбулентного теплообмена и задача о вертикальном турбулентном потоке тепла с привлечением построенных полей температуры.

**Апробация работы.** Результаты диссертационной работы докладывались автором и обсуждались на научных семинарах Института вычислительной математики РАН и на следующих конференциях: «Тихоновские чтения-2009» (МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 2009г.); «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса» (ИКИ РАН, Москва, 2009г.); «Ломоносовские чтения-2010» (МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 2010г.); «ESA Living Planet Symposium» (Bergen, Norway, 2010г.); «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук» (МФТИ, Москва, 2010г.); «Состояние и перспективы мониторинга Мирового океана и морей России по данным дистанционного зондирования и результатам математического моделирования» (Таруса, Российская Федерация, 2010г.); Всероссийская конференция с элементами научной школы для молодежи «Проведение научных исследований в области информационно-телекоммуникационных технологий» (Москва, 2010г.); «EGU General Assembly» (Vienna, Austria, 2011, 2013гг.); «Гидродинамическое моделирование динамики Черного моря» (МГИ НАН Украины, Севастополь, 2011г.); «Проведение научных исследований в области обработки, хранения, передачи и защиты информации» (ВВЦ, Москва, 2011г.); «Ломоносовские чтения-2011» (МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 2011г.); «Информационные системы и технологии» (МТУСИ, Москва,

2012г.); «Южные моря как имитационная модель океана» (МГИ НАН Украины, г. Севастополь, 2012 г.); «Конференция молодых специалистов» (ИПГ им. Ак. Е.К. Федорова, Москва, 2012 г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 17 работ: 5 – в журналах из Перечня ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК, 3- в сборниках статей, 9 – в материалах конференций. Общий объем публикаций 9,75 п.л. (156 стр.); из них лично автору принадлежат 5,25 п.л. (84 стр.)

**Личный вклад автора.** Разработка Комплекса программ для обработки, интерполяции и экстраполяции данных наблюдений, построение полей температуры и солености с различных источников, численные эксперименты по решению задачи о восстановлении вертикальных коэффициента турбулентного теплообмена и потока тепла, информационное обеспечение Информационно-вычислительной системы «ИВМ РАН – Черное море» и разработка системы управления специализированной базой данных «Черное море» для указанной ИВС осуществлены лично автором. Разработка алгоритма построения кусочно-гармонической интерполяции на сферических поверхностях применительно к данным наблюдений Мирового океана, алгоритма интерполяции данных с учетом переноса их течениями, исследования по решению задачи о восстановлении вертикальных коэффициента турбулентного теплообмена и потока тепла проведены автором совместно с соавторами работ, в которых они опубликованы. В исследовании и численном решении задачи четырехмерной вариационной инициализации гидрофизических полей Мирового океана автор отвечал за информационное обеспечение полями температуры и солености для проведения расчетов.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, списка публикаций автора и двух приложений. Объем основного текста диссертации составляет 145 страниц. Диссертация содержит 65 рисунков, 10 таблиц и список литературы из 92 наименований.

## Краткое содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы ее цели и задачи, описана структура диссертации.

**Первая глава**, в целом, носит вводно-обзорный характер. В **разделе 1.1** приведен аналитический обзор типов существующих данных геофизических наблюдений, отмечены точности их измерений и даны краткие их характеристики. В **разделе 1.2** приведен обзор ряда известных вычислительных алгоритмов интерполяции данных геофизических наблюдений, которые используются при решении практических задач. В **разделе 1.3** сформулированы трудности, с которыми приходится сталкиваться при решении задач обработки геофизической информации. Перечислены проблемы, решению которых, в частности, посвящена диссертационная работа. В **разделе 1.4** указаны принципы, которыми руководствовался автор для устранения одной из упомянутых в предыдущем разделе трудностей - проблемы асинхронности наблюдений.

**Вторая глава** посвящена алгоритмам интерполяции и экстраполяции данных наблюдений. В **разделе 2.1** описан алгоритм интерполяции данных наблюдений, реализованный применительно к данным системы буев ARGO и основанный на методах кусочно-линейной интерполяции и обратных взвешенных расстояний. На первом шаге производится интерполяция данных наблюдений на уровне по вертикальной переменной (глубине) методом кусочно-линейной интерполяции. Второй шаг - интерполяция данных наблюдений на каждом глубинном уровне по горизонтальным переменным. Формула интерполяции, используемая в данном алгоритме, имеет вид:

$$T_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^m \hat{T}_k}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{r_{ijk}^\beta}},$$

где  $T_{ij}$  - интерполяционное значение для (i,j)-го узла сетки;  $\hat{T}_k$  - значение данных измерений в k-ой точке наблюдений;  $r_{ijk}$  - расстояние между (i,j)-ым узлом и k-ой точкой наблюдений;  $m \equiv m(i, j)$  - число точек, учитывающихся при вычислении

значения в  $(i,j)$ -ом узле;  $\beta > 0$  – степень обратного расстояния. Приведены оценки погрешности построенного здесь интерполянта.

**В разделе 2.2** предлагается метод интерполяции на регулярные сетки данных наблюдений с учетом переноса их течениями, который позволяет путем введения “псевдо-наблюдений” увеличивать число интерполируемых данных. Основная идея данного метода заключается в следующем.

Пусть имеется множество измерений  $\{T_{obs}(\widetilde{X}_n(\tilde{t}_l), \tilde{t}_l)\}$  поля температуры  $T(X, t)$ , в точках  $\{\widetilde{X}_n(\tilde{t}_l)\}$  (вообще говоря, хаотически расположенных для каждого момента времени  $\tilde{t}_l$ ), где  $\{\tilde{t}_l\}$  - множество асинхронных моментов времени.

Предполагается, что поле температуры в океане (море) адекватно (т.е. с достаточной точностью) описывается решением уравнения конвекции- диффузии вида

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (U, \nabla)T - \text{div}(\widehat{a}_T \nabla T) + \lambda T = Q \quad \text{в } \Omega \times (0, T), \quad (1)$$

где  $U \equiv (u, v, w)$  - вектор скоростей жидкости, которые считаем заданными,  $\nabla \equiv \text{grad}$ ,  $\widehat{a}_T$  - симметричная, положительно-определенная матрица ограниченных коэффициентов,  $\lambda = \lambda(X, t) \geq 0$  - коэффициент поглощения,  $Q = Q(X, t)$  - заданная функция “внутренних источников”,  $\text{div}U = 0$  в  $\Omega \times (0, T)$ ,  $\Omega \subset R^3$ ,  $X \equiv (x, y, z)$ , а  $\text{div}, \nabla$  - известные операторы векторного анализа.

Если пренебречь эффектами диффузии и считать  $\lambda \equiv 0$ ,  $Q \equiv 0$ , то имеем уравнение переноса

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (U, \nabla)T = 0 \quad \text{в } \Omega \times (0, T). \quad (2)$$

В  $\Omega \times (0, T)$  вводится регулярная сетка  $\{X_m\}$  по пространственным переменным и  $\{t_k\}$  по временной переменной. Ставится задача построения проинтерполированных значений температуры на множество точек  $\{X_m, t_k\}$  с множества точек  $\{X_n(\tilde{t}_l), \tilde{t}_l\}$ .

Алгоритм решения поставленной задачи интерполяции включает три этапа: введение дополнительного множества точек, где определяются значения “псевдо-наблюдений”; построение самих значений “псевдо-наблюдений”; рассматривая все точки реальных наблюдений и псевдо-наблюдений, построение интерполянта в



узлах регулярной сетки  $\{X_m, t_k\}$  методом обратных взвешенных расстояний при специальном выборе весов.

На первом этапе каждой точке  $\tilde{X}_n(\tilde{t}_l)$  ставится в соответствие набор точек  $\tilde{X}_n(t_k)$  при любом  $t = t_k$ , расположенных на траектории  $\tilde{X}_n(t)$ , определяемой как решение задачи вида:

$$\frac{d\tilde{X}_n}{dt} = U(\tilde{X}_n(t), t) \quad \forall t, \tilde{X}_n(t) = \tilde{X}_n(t) = \tilde{X}_n(\tilde{t}_l) \quad \text{при } t = \tilde{t}_l.$$

На втором этапе алгоритма интерполяции вводятся значения "псевдо-наблюдений":

$$T_p(\tilde{X}_n(t_k), t_k) = T_{obs}(\tilde{X}_n(\tilde{t}_l), \tilde{t}_l) - (\tilde{t}_l - t_k)(Q(\tilde{X}_n(t_k), t_k) - \lambda(\tilde{X}_n(t_k), t_k)T(\tilde{X}_n(t_k), t_{k-1}) + \text{div}(\hat{a}_T \nabla T)(\tilde{X}_n(t_k), t_{k-1}))) \cong T(\tilde{X}_n(t_k), t_k).$$

На третьем этапе построения интерполянта применяется формула, основанная на методе обратных взвешенных расстояний, с учетом реальных и псевдо-наблюдений:

$$T_I(X_m, t_k) = \frac{\sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N r_{n,l}^{\beta_{n,l}} T_p(\tilde{X}_n(t_l), t_l)}{\sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N r_{n,l}^{\beta_{n,l}}} - \frac{\sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N (t_l - t_k) r_{n,l}^{\beta_{n,l}}}{\sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N r_{n,l}^{\beta_{n,l}}} \times (Q_{m,k} - \lambda_{m,k} T_I(X_m, t_{k-1}) + \text{div}(\hat{a}_T T_I)(X_m, t_{k-1})). \quad (3)$$

Для оценки погрешности предложенного интерполяционного метода в настоящей работе доказана следующая теорема:

**Теорема.** Пусть исходные данные задачи для уравнения теплопроводности (1) и само решение  $T$  суть гладкие функции, а также решение этого уравнения адекватно описывает наблюдения поля температур, тогда имеет место оценка погрешности интерполяции:

$$|T(X_m, t_k) - T_I(X_m, t_k)| \leq C(h^2 + \tilde{U}^2 \cdot \Delta t^2),$$

где  $h = \max_{m,k} h_{m,k}$ ,  $h_{m,k} = \max_{(X_n, t_l) \in D_{m,k}} |\tilde{X}_n(t_l) - X_m|$  - максимальное расстояние между узлом сетки, в котором вычисляется значение интерполянта и точками "псевдо-наблюдений", входящих в окрестность  $D_{m,k}$  этого узла,  $\Delta t = \max_{(X_n, t_l) \in D_{m,k}} |t_k - t_l|$ ,  $\tilde{U} = \max_{(X_n, t_l) \in D_{m,k}} |U_{m,k}|$ ,  $C = \text{const}$ .

Если пренебречь каким-либо слагаемым в (3), то получим соответствующую упрощенную формулу. Так, например, если считать  $Q \equiv 0$ ,  $\lambda \equiv 0$ , а "диффузионные слагаемые" малыми, то

$$T_p(\widetilde{X}_n(t_l), t_l) = T_{obs}(\widetilde{X}_n(\tilde{t}_l), \tilde{t}_l) \quad \forall l \quad (4)$$

и получаем следующую формулу:

$$T_l(X_m, t_k) = \frac{\sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N r_{n,l}^{\beta_{n,l}} T_{obs}(\widetilde{X}_n(\tilde{t}_l), \tilde{t}_l)}{\sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N r_{n,l}^{\beta_{n,l}}}. \quad (5)$$

Эта формула отличается простотой, она удобна при численных расчетах и есть достаточное число практических задач, в которых ее применение приводит к результатам с приемлемой точностью (например, задачи с преобладающими операторами переноса в уравнениях математической модели). Именно эта формула использовалась в численной реализации алгоритма с целью построения полей температуры по данным системы ARGO при разработке Комплекса программ.

В рассматриваемом методе в качестве весов  $r_{n,l}$  предложено выбрать веса вида

$$r_{n,l} \equiv r_{n,l}(m, k) = \left( |(X_m - (\tilde{X}_n(t_l) + U_{m,k}(t_k - t_l)))| + \varepsilon_{m,k} \right)^{-1}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_{m,k}$  - малые положительные числа.

В численных экспериментах и расчетах используются данные наблюдений международной системы буев ARGO на акватории Мирового океана. В разделе протестирована эффективность реализованного метода и представлены результаты экспериментов с различными коэффициентами и параметрами.

Численные эксперименты подтвердили предполагаемые теоретические положения о возможности и целесообразности построения интерполянтов геофизических полей с учетом характеристик адвективных и конвективных течений в водах океанов и морей. Полученные интерполяции полей близки к полям, рассчитанным с помощью модели динамики океана уже с усвоением данных наблюдений, и можно предположить, что интерполяция предложенным методом обладает точностью, приемлемой при численном решении ряда задач геофизической гидродинамики.

В **разделе 2.3** предложен алгоритм кусочно-гармонической интерполяции на сферических поверхностях (которыми, как известно, аппроксимируются в первом приближении поверхность Земли и ее уровенные поверхности). Предполагается, что “проверенные” данные наблюдений уже построены на некотором множестве точек на сферических поверхностях, на основании чего ставится задача построения

многоугольной области на сферической поверхности, состоящей из сферических треугольников и трапеций и др., и построения на каждом элементе этой многоугольной области интерполянта, который был бы гармонической функцией.

Построение кусочно-гармонических интерполяций в предлагаемом методе осуществляется путем привлечения изометрических преобразований координат, и кусочно-полиномиальных базисов. Данный метод заключается в следующем.

Пусть  $(r, \lambda, \theta)$  есть сферические координаты в  $\mathbb{R}^3$ ,  $0 \leq r < \infty$ ,  $\lambda$  - долгота,  $\lambda \in [0, 2\pi]$ ,  $\theta$  - широта,  $\theta \in [0, \pi]$ . Через  $\Pi$  обозначим прямоугольник  $\Pi = (0, 2\pi) \times (0, \pi) \subset \mathbb{R}^2$ , состоящий из точек  $(\lambda, \theta)$ . Сферу из  $\mathbb{R}^3$  радиуса  $r = R$  с центром в начале координат обозначаем  $S_R$ . Точку на  $S_R$  при  $\theta = 0$  называем Северным полюсом, а точку на  $S_R$  при  $\theta = \pi$  - Южным полюсом.

Пусть  $\Omega$  есть область на  $S_R$  - открытое связное множество точек на  $S_R$ , с границей  $\partial\Omega$ . Будем рассматривать на  $\Omega$  вещественные функции  $\Phi(\lambda, \theta) \equiv \Phi(R, \lambda, \theta)$  из функциональных пространств  $H^{(k)}(\Omega)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , в которых нормы определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \|\Phi\|_{H^{(0)}(\Omega)} &\equiv \left( \int_{\Omega} |\Phi|^2 d\Omega \right)^{1/2}, \\ \|\Phi\|_{H^{(1)}(\Omega)} &\equiv \left( \int_{\Omega} (|\Phi|^2 + |\nabla\Phi|^2) d\Omega \right)^{1/2}, \\ \|\Phi\|_{H^{(2)}(\Omega)} &\equiv \left( \int_{\Omega} (|\Phi|^2 + |\nabla\Phi|^2 + \sum |D^{(2)}\Phi|^2) d\Omega \right)^{1/2}, \end{aligned}$$

где

$$\sum |D^{(2)}\Phi|^2 \equiv \frac{1}{R^4} \left( \left( \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda^2} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \right)^2 \right).$$

Вводится система изометрических координат  $(x, y)$ , широко применяемая в математической картографии и высшей геодезии:

$$x = \lambda, \quad y = \ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}. \quad (7)$$

Обратное к (7) преобразование есть:

$$\lambda = x, \quad \theta = 2 \operatorname{arctg} e^y. \quad (8)$$

При этом преобразовании прямоугольник  $\Pi$  отображается на полосу  $(0, 2\pi) \times (-\infty, \infty)$ .

Сначала рассматривается интерполяция на треугольных сферических сетках. Для этого водится в  $\Pi$  прямоугольная сетка по переменным  $(\lambda, \theta): (\lambda_i, \theta_j)$ ,  $i = 0, 1, \dots, N, j = 0, 1, \dots, M$ ;  $\lambda_i = i \cdot \Delta\lambda$ ,  $\Delta\lambda = 2\pi/N$ ,  $\theta_j = j \cdot \Delta\theta$ ,  $\Delta\theta = \pi/M$ ;  $N, M$  – целые числа. Каждая из точек  $(\lambda_i, \theta_j)$  порождает соответствующую точку  $(x_i, y_j)$  из  $\Pi: x_i = \lambda_i, y_j = \ln(\theta_j/2)$ , а сетка  $\{(\lambda_i, \theta_j)\}$  порождает сетку  $\{(x_i, y_j)\}$  в  $\Pi$ .

В плоскости переменных  $(x, y)$  каждый прямоугольник  $G_{ij}$ , являющийся отображением прямоугольника  $\Pi_{ij} \equiv \{(\lambda, \theta): (i-1)\Delta\lambda \leq \lambda \leq i\Delta\lambda, (j-1)\Delta\theta \leq \theta \leq j\Delta\theta\}$   $i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, M$ , разобьем диагональю на два треугольника  $G_{ij}^{(1)}, G_{ij}^{(2)}: \overline{G_{ij}^{(1)}} \cup \overline{G_{ij}^{(2)}} = \overline{G_{ij}}$ . Данное разбиение  $G_{ij}$  порождает соответствующее разбиение  $\Pi_{ij}$  на  $\Pi_{ij}^{(1)}, \Pi_{ij}^{(2)}$ , а также разбиение сферического прямоугольника  $\Omega_{ij}$  – отображение  $\Pi_{ij}$ , на два сферических треугольника  $\Omega_{ij}^{(1)}, \Omega_{ij}^{(2)}$ . Отображение  $\Omega$  в переменных  $(x, y)$  есть  $G: \overline{G} = \cup_{i,j,k} \overline{G_{ijk}}$ , где  $G_{ij}^{(1)}, G_{ij}^{(2)}$  являются отображением соответственно  $\Omega_{ij}^{(1)}, \Omega_{ij}^{(2)}$ .

Определяется набор кусочно-линейных функций  $\{\phi_i(x, y)\}$  – "исходный кусочно-полиномиальный базис". Для этого каждой точке разбиения ставится в соответствие функция  $\phi_i(x, y)$ :

$$\phi_i(x, y) = \frac{(x_n - x_m)(y - y_n) - (x - x_n)(y_n - y_m)}{(x_n - x_m)(y_i - y_n) - (x_i - x_n)(y_n - y_m)}, \quad (9)$$

где для упрощения обозначений координаты каждой вершины треугольника  $P_i P_n P_m$  обозначили одним индексом, т.е. через  $P_i = (x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_1$ .

Обозначим через  $W_2^{1,h}$  множество функций вида

$$u_N(x, y) = \sum_{i=1}^{N_1} a_i \phi_i(x, y), \quad (10)$$

где  $a_i, i = 1, 2, \dots, N_1$  – всевозможные наборы чисел. Очевидно, что  $W_2^{1,h} \subset C(G) \cap W_2^1(G)$ , где  $C(G), W_2^k(G)$  – известные функциональные пространства. Если  $u(x, y)$  – некоторая функция из  $W_2^2(G)$ , то принимая  $a_i = u(x_i, y_i)$ , получим интерполянт  $u_i(x, y)$  функции  $u(x, y)$ . Пусть теперь рассматривается функция некоторая функция

$\Phi \in H^{(2)}(\Omega)$ . Осуществляя преобразование (8), получим  $u(x, y) \equiv \Phi(x, \theta(y))$ . Примем  $u(x_i, y_i) \equiv \Phi(\lambda_i, \theta_i) \equiv \Phi_i$ , где  $(\lambda_i, \theta_i) \in \Pi$  есть отображение  $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, N_1$ . Тогда интерполянт  $\Phi_I$  есть функции  $\Phi(\lambda, \theta)$  вида:

$$\Phi_I(\lambda, \theta) \equiv u_I(\lambda, y(\theta)) = \sum_{i=0}^{N_1} \Phi_i \phi_i(\lambda, y(\theta)). \quad (11)$$

Поскольку на каждом сферическом треугольнике  $\Omega_i^{(k)}$  функция  $\Phi_I(\lambda, \theta)$  является гармонической, т.е.  $\Delta \Phi_I = 0$  на  $\Omega_i^{(k)} \forall i, k$ , а преобразования (7),(8) конформны, то  $\Phi_I(\lambda, \theta)$  есть кусочно-гармонический интерполянт на  $\Omega \subset S_R$  функции  $\Phi \in H^{(2)}(\Omega)$ .

Для оценки погрешности введенного интерполянта доказывается теорема.

**Теорема.** Если  $\Phi \in H^{(2)}(\Omega)$ , то для кусочно-гармонического интерполянта  $\Phi_I$  справедливы оценки вида

$$\|\Phi - \Phi_I\|_{H^{(k)}(\Omega)} \leq CR^{2-k} ((\Delta\theta)^{2-k} + (\Delta\lambda)^{2-k}) \|\Phi\|_{H^{(2)}(\Omega)}, \quad k = 0, 1, \quad (12)$$

где постоянная  $C$  не зависит от  $R, \Delta\theta, \Delta\lambda, \Phi_I$ .

Далее в работе рассматривается интерполяция на прямоугольных сферических сетках. Вводятся те же сетки и разбиения областей, но только без введения треугольников  $G_i^{(k)}, \dots, \Omega_i^{(k)}$ . Здесь  $\bar{\Pi}$  представлен как объединение конечного числа элементарных прямоугольников  $\bar{\Omega}_i$ . Таким образом, область  $\Omega \subset S_R$ , на которой определяются функции  $\Phi(\lambda, \theta)$  есть многоугольная область на  $S_R$  с прямыми "входящими" или "выходящими" углами,  $G$  - отображение  $\Omega$  в  $R^2$ , составлена из обычных прямоугольников.

Вводятся следующие билинейные функции  $\varphi_i(x, y), i \equiv (i_1, i_2)$ , - "исходный кусочно-билинейный базис":

$$\varphi_i(x, y) = \varphi_{i_1}(x)\varphi_{i_2}(y), \quad (13)$$

$$\varphi_{i_1}(x) = \begin{cases} (x - x_{i_1-1}) / (x_{i_1} - x_{i_1-1}), \text{ при } x \in (x_{i_1-1}, x_{i_1}) \\ (x_{i_1+1} - x) / (x_{i_1+1} - x_{i_1}), \text{ при } x \in [x_{i_1}, x_{i_1+1}) \end{cases} \quad (14)$$

$$\varphi_{i_2}(y) = \begin{cases} (y - y_{i_2-1}) / (y_{i_2} - y_{i_2-1}), \text{ при } y \in (y_{i_2-1}, y_{i_2}) \\ (y_{i_2+1} - y) / (y_{i_2+1} - y_{i_2}), \text{ при } y \in [y_{i_2}, y_{i_2+1}) \end{cases} \quad (15)$$

и образуется кусочно-билинейная функция вида

$$U_h = \sum_i a_i \varphi_i(x, y), \quad (16)$$

где суммирование осуществляется по всем узлам  $P_i \equiv (x_{i_1}, y_{i_2})$ , входящим в  $\bar{G}$ . В результате получаем формулу интерполянта

$$\Phi_I(\lambda, \theta) \equiv U_I(\lambda, y(\theta)) = \sum_i \Phi(\lambda_{i_1}, \theta(y_{i_2})) \varphi_i(\lambda, y(\theta)). \quad (17)$$

Это *кусочно-гармонический интерполянт функции*  $\Phi \in H^{(2)}(\Omega)$ , и на каждом элементарном сферическом прямоугольнике  $\Omega_i \equiv \Omega_{i_1, i_2}$  функция  $\Phi_i$  гармоническая.

В работе также делается вывод о справедливости утверждений теоремы из предыдущего раздела, но только теперь для нового типа кусочно-гармонического интерполянта  $\Phi_I$ .

Метод апробирован и тестирован на данных системы буев ARGO в акватории Мирового океана, и приведены соответствующие результаты численных экспериментов.

По предложенным во второй главе методам разработан Комплекс программ для обработки, интерполяции и экстраполяции данных наблюдений профилирующих буев ARGO на равномерные сетки в акватории Мирового океана, описанию которого посвящена **третья глава**.

В **разделе 3.1** описан автоматизированный комплекс программ, реализованный для интерполяции данных наблюдений системы буев ARGO методами кусочно-линейной интерполяции и обратных взвешенных расстояний. В описании указаны назначение разработанного комплекса программ, состав и инструкция по использованию. Аналогичным образом, в **разделе 3.2** описан комплекс программ для интерполяции и экстраполяции данных наблюдений системы буев ARGO с учетом переноса их течениями, предназначенный для построения полей температуры и солености с применением нового алгоритма интерполяции данных на регулярные сетки. Описаны назначение, состав, инструкция по использованию указанного комплекса программ и вид входных данных. В **разделе 3.3** представлено описание программ для построения кусочно-гармонических интерполяций на сферических поверхностях применительно к данным наблюдений системы буев ARGO о состоянии Мирового океана. Программы реализованы для построения

интерполянтов на треугольных и прямоугольных сферических сетках, в параграфе приведено общее описание программ.

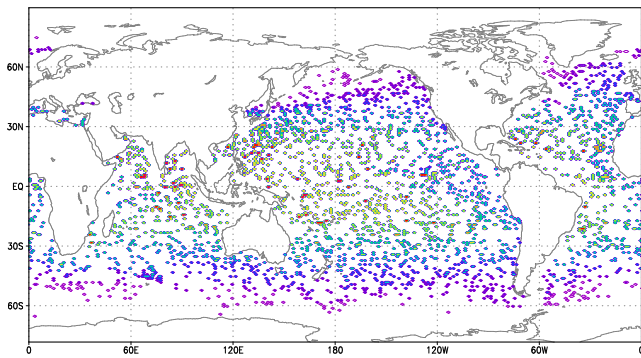
**Четвертая глава** посвящена применениям разработанного комплекса программ и построенных с его помощью полей основных океанографических параметров в некоторых задачах математического моделирования гидротермодинамических процессов океанов и морей.

В **разделе 4.1** приведены примеры построенных с применением реализованного в диссертационной работе Комплекса программ полей температуры и солёности по данным наблюдений системы буев ARGO. Также рассчитаны поля температуры и солёности в акватории Мирового океана по данным за 2008-2010 гг. на различных временных, глубинных и пространственных сетках. Построенные поля представлены на сайте «[www.adeq.inm.ras.ru](http://www.adeq.inm.ras.ru)», в данном разделе также описаны их характеристики.

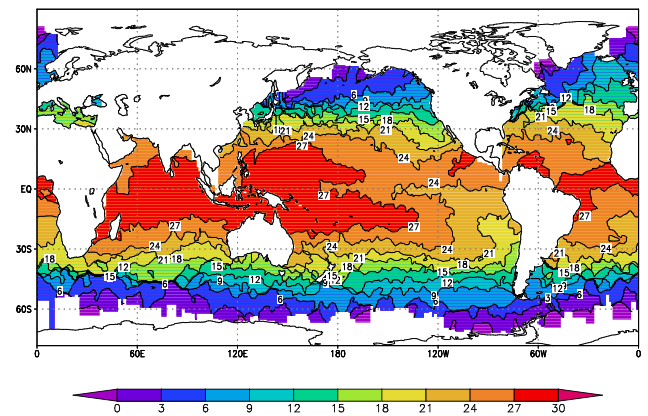
Далее, в **разделе 4.2**, рассматривается задача инициализации в модели общей циркуляции Мирового океана и представлены результаты численных вычислений с применением полей температуры и солёности, построенных в процессе выполнения диссертационной работы. Расчеты показали, что максимальное уменьшение ошибки в результате решения вариационной задачи происходит в 1-й расчетный месяц. Функционал ошибки уменьшается, примерно на 2 порядка. Анализ пространственного распределения термохалинных полей показывает, что в результате ассимиляции построенных в работе интерполяций полей по данным наблюдений происходит заметное изменение расчетных характеристик, модельные (т.е. рассчитанные по численной модели) значения приближаются к данным наблюдений, а решение более адекватно отражает наблюдаемую структуру океанологических полей.

**Раздел 4.3** посвящен обратной задаче нахождения вертикальных коэффициента турбулентного теплообмена и потока тепла, решение которой осуществлялось с привлечением построенных в работе интерполяций полей температуры. В данном разделе сформулирован и исследован алгоритм численного решения задачи вариационной ассимиляции данных о температуре океана с целью восстановления

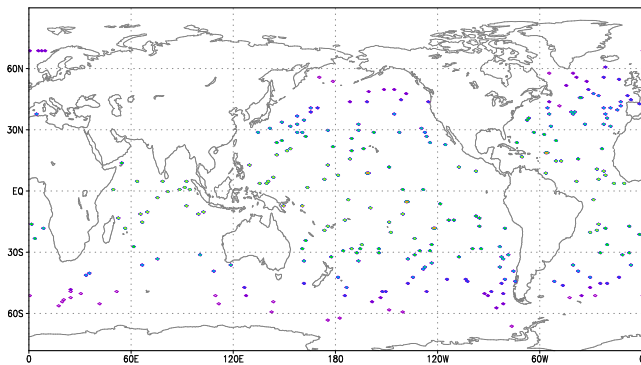
вертикальных потоков тепла и коэффициента вертикальной теплопроводности (или коэффициента вертикальной турбулентной теплопроводности) с использованием трехмерной модели гидротермодинамики океана. Проведены численные эксперименты в акватории Мирового океана и представлены результаты расчета турбулентных потоков тепла и коэффициента теплопроводности с использованием полей температуры и солености, построенных в процессе выполнения диссертационной работы.



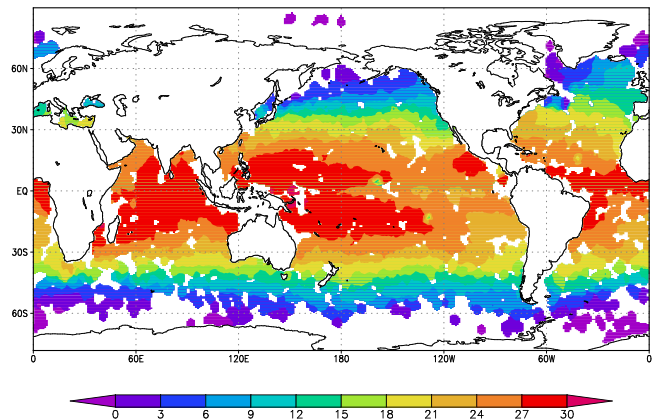
**Рис. 1.** Данные наблюдений буев ARGO на акватории Мирового океана за 10 суток (1-10 января 2009 года)



**Рис. 2.** Поле температуры воды в акватории Мирового океана на глубине 10 м., построенное методом обратных взвешенных расстояний по данным наблюдений системы буев ARGO, на 1 – 10 января 2009 г.



**Рис. 3.** Данные наблюдений буев ARGO на акватории Мирового океана за 1 сутки (январь 2009 года)



**Рис. 4.** Результаты интерполяции данных наблюдений буев ARGO с учетом переноса их течениями в акватории Мирового океана на 10 января 2009 года на глубине 10 м.



В **Приложении 1** приведены краткие инструкции по использованию разработанного в диссертации Комплекса программ для обработки, интерполяции и экстраполяции геофизических данных наблюдений.

**Приложение 2** посвящено Информационно-вычислительной системе «ИВМ РАН – Черное море», для информационного обеспечения которой соискателем создавался блок Системы управления базой данных «Черное море».

**Заключение** содержит основные результаты и выводы диссертации.

### **Основные результаты работы**

1. Предложен метод интерполяции и экстраполяции геофизических данных наблюдений с учетом характеристик адвективных и конвективных течений в водах океанов и морей. Предложен метод кусочно-полиномиальной интерполяции геофизических данных наблюдений на сферических поверхностях. Приведены оценки погрешности предлагаемых методов.

2. Разработан Комплекс программ для построения полей основных океанографических параметров Мирового океана по данным профилирующих буев ARGO. В данном Комплексе реализованы методы кусочно-линейной интерполяции и обратных взвешенных расстояний, метод интерполяции и экстраполяции данных наблюдений системы буев ARGO с учетом переноса их течениями, а также метод построения кусочно-гармонических интерполяций на сферических поверхностях.

3. Построены поля температуры и солёности Мирового океана на различных пространственных, глубинных и временных сетках по данным измерений системы профилирующих буев ARGO за 2008-2010 гг.

4. Уточнены расчетные характеристики разработанной в ИВМ РАН численной модели общей циркуляции Мирового океана путем решения задачи инициализации и ассимиляции построенных в работе полей температуры и солёности.

5. Исследованы и численно решены обратная задача нахождения вертикального коэффициента турбулентного теплообмена и задача о вертикальном турбулентном потоке тепла с привлечением построенных полей температуры.

## Основные публикации по теме диссертации

1. Захарова Н.Б., Лебедев С.А. Алгоритмы интерполяции и экстраполяции оперативных геофизических данных наблюдений // Сборник статей молодых ученых факультета ВМиК МГУ. – М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова; МАКС Пресс, 2009. - Выпуск 6, с.177-188.
2. Захарова Н.Б., Лебедев С.А. Интерполяция оперативных данных буев ARGO для ассимиляции данных в модели циркуляции Мирового океана // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса: Физические основы, методы и технологии мониторинга окружающей среды, потенциально опасных явлений и объектов. Сборник научных статей. Том 7. Номер 4. - М.: ООО "ДоМира", 2010, с.104-111.
3. Zakharova N.B., Lebedev S.A. Interpolation of on-line data of the ARGO buoy system for data assimilation in the World ocean circulation model // ESA Living Planet Symposium, Special Publication SP-686, Bergen, 2010.
4. Zalesny V.B., Zakharova N.B., Gusev A.V. Four-dimensional problem of variational initialization of hydrophysical fields of the World Ocean // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. Volume 26, Issue 2, 2011, pp. 209–229.
5. Agoshkov V.I., Parmuzin E.I., Zakharova N.B. The study and numerical solution of the inverse problem of heat flows in the ocean dynamics model based on ARGO buoys data // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. Volume 26, Issue 3, 2011, pp. 231–261.
6. Agoshkov V.I., Zakharova N.B. The creation of piecewise - harmonic interpolation on spherical surfaces // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. Volume 27, Issue 6, 2012, pp. 523–538.
7. Захарова Н.Б., Агошков В.И., Пармузин Е.И. Методы интерполяции данных наблюдений в информационно-вычислительных системах «ИВМ РАН – Мировой океан» и «ИВМ РАН – Черное море» // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа: Сб. научн. тр. Вып. 26, том 2 / НАН Украины, МГИ, ИГН, ОФ ИнБЮМ. Редкол.: Иванов В.А. (гл. ред.) и др. – Севастополь, 2012, с. 361-379.
8. Агошков В.И., Ассовский М.В., Гиниатулин С.В. Захарова Н.Б., Куимов Г.В., Пармузин И.Е., Фомин В.В. Информационно-вычислительная система вариационной ассимиляции данных наблюдений ИВС «ИВМ РАН – Черное море» // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа: Сб. научн. тр. Вып. 26, том 2 / НАН Украины, МГИ, ИГН, ОФ ИнБЮМ. Редкол.: Иванов В.А. (гл. ред.) и др. – Севастополь, 2012, с. 352-360.
9. Zakharova N.B., Agoshkov V.I., Parmuzin E.I. The new method of ARGO buoys system observation data interpolation // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. Volume 28, Issue 1, 2013, pp. 67-84.