

## **ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**

доктора физико-математических наук, профессора Ильина Валерия Павловича на диссертацию Сушниковой Дарьи Алексеевны “Методы факторизации и решения линейных систем с блочно-малоранговыми матрицами”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – “Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ”

Диссертационная работа Д.А. Сушниковой посвящена методам факторизации блочно-малоранговых матриц и методам решения соответствующих систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). В случае плохой обусловленности блочно-малоранговой матрицы построение прямого метода решения или предобуславливания на основе приближенной факторизации является трудной и важной задачей. Актуальность данной темы исследования не вызывает сомнений и определяется необходимостью ресурсоемкого решения больших СЛАУ в задачах математического моделирования. Одной из основных трудностей является сложный формат хранения малопараметрических матриц: малопараметрические форматы, такие как Н, Н<sub>2</sub>, НSS и т.д., рассчитаны на быстрое умножение матрицы на вектор, однако исключение строк и столбцов для таких матриц является трудоёмкой задачей, которая решается автором в диссертационной работе.

**Практическая ценность работы.** Как правило, блочно-малоранговые матрицы возникают при дискретизации граничных интегральных уравнений и в ряде других задач с приближенно сепарабельными ядрами. На практике это задачи электростатики, аэро- и гидродинамики и другие.

Важным примером блочно-малоранговых матриц являются матрицы, обратные к полученным при конечно-элементной дискретизации дифференциальных уравнений. Методы приближенной факторизации блочно-малоранговых матриц, предложенные в диссертационной работе, могут быть применены для безытерационного решения СЛАУ, для итерационного предобуславливания систем с блочно-малоранговыми матрицами и для приближенного вычисления их определителя. Метод приближенной факторизации разреженных матриц может быть использован для приближенного решения, предобуславливания и приближенного вычисления определителя разреженных положительно определённых матриц, в частности, полученных при дискретизации начально-краевых задач для дифференциальных уравнений.

Диссертация Д.А. Сушниковой включает введение, пять глав, заключение и список литературы. В **главе 1** приводится обзор блочно-малоранговых методов в приложении к задачам моделирования и показана целесообразность применения таких методов. Также в этой главе приведены сведения об иерархических блочно-малоранговых матрицах.

В **главе 2** приводится метод приближенной факторизации разреженных симметричных положительно определённых матриц «Метод компрессии и исключения» (Compress and Eliminate method, CE), разработанный автором диссертации, а также предлагается оценка сложности предложенного алгоритма на основе анализа графа разреженности исходной матрицы.

**Глава 3** посвящена двум методам разреженной факторизации Н2 матриц: расширенному, в котором размер полученной разреженной матрицы больше размера исходной Н2 - матрицы , и нерасширенному, в котором размер разреженной и Н2-матриц совпадает. Для нерасширенного метода приводится доказательство разреженности полученной факторизации. Н2-

матрица обладает свойством быстрого умножения матрицы на вектор, что позволяет эффективно решать системы с ними при помощи итерационных методов. Однако предобуславливание СЛАУ с  $H^2$ -матрицами является сложной и нерешенной пока задачей. Переход от  $H^2$ -матрицы к разреженной - это очень естественный шаг (так как обе формы требуют хранения  $O(N)$  элементов), который позволяет строить эффективные предобуславливатели, применяя для решения “поправочных” систем классические методы решения систем с разреженными матрицами.

В **главе 4** анонсируется описание программной реализации алгоритмов, представленных в главах 2 и 3. Приводится сравнение скорости работы и затрат по памяти разработанных программ с другими методами решения линейных систем для ряда задач, на основе проведения большого количества численных экспериментов.

**Глава 5** посвящена применению блочно-малоранговых методов для моделирования коррелированного шума при помощи гауссовских процессов для задачи регрессии.

**Степень обоснованности научных положений и выводов** диссертационной работы не вызывает сомнений. Автор использует обоснованные теоретические методы и строгие математические доказательства соответствующих утверждений. Обоснованность выводов, сформулированных в диссертации, подтверждена квалифицированной аprobацией на международных и российских научных конференциях и семинарах, а также публикациями результатов исследований в рецензируемых научных изданиях, в том числе рекомендованных ВАК.

**Научная новизна.** Автором диссертации предложен новый метод приближенной факторизации разреженных матриц (метод компрессии и

исключения), а также предложены и исследованы два метода разреженной факторизации Н2- матриц.

**Соответствие содержания диссертации специальности.** Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», так как основными результатами работы являются новые приближенные факторизации блочно-малоранговых матриц и методы их построения, а также программный комплекс, который применен к нескольким задачам математического моделирования.

### **Замечания по тексту диссертации следующие.**

1. Для предложенных алгоритмов не рассматриваются возможности параллельной реализации. Пакеты, реализующие предложенные алгоритмы (глава 4) , - последовательные. Несомненно, параллельная реализация очень актуальна и важна для вычислительных экспериментов на суперкомпьютерах.
2. В параграфах 4.1.3 и 4.1.4 для решения системы с симметричной и положительно определённой матрицей используется метод BiCGStab, который разработан специально для несимметричных СЛАУ. Более уместно было бы использовать метод CG.
3. Для авторских терминов “спарсификация”, “листинг”, “сольвер”, “if”, “дожимание” и т.д. необходимо подобрать русскоязычные аналоги.
4. Объявленный в 4-й главе и в перечне основных защищаемых результатов комплекс программ , безусловно, был реализован Д.А.Сушниковой, и с его помощью проведен большой объём численных экспериментов, демонстрирующих достоинства предложенных автором методов. Однако в тексте должного описания программ фактически нет, и в таком случае эту часть

работы никак нельзя считать научным результатом. И это очень печально , так как именно программистская часть научной дисциплины “математическое моделирование” , по которой защищается данная диссертация , является ахиллесовой пятой российских ученых.

Сделанные замечания не являются принципиальными и не снижают положительной оценки научных результатов работы.Однако большую озабоченность вызывает пренебрежение к русскому правописанию , проявленному автором представленного текста диссертации. На некоторых страницах обнаруживается более 10 грамматических ошибок, а общее их количество исчисляется, по-видимому , сотнями, что по условиям ЕГЭ однозначно повлекло бы неудовлетворительную оценку. В частности , неоднократно употребляются “чеховские щедевры“ типа : “подъезжая к станции, с меня слетела шляпа”. В данной связи вызывает вопрос положение ВАК о том , что текст диссертации должен удовлетворять требованиям к печатным оборотам. Уважающая себя редакция может принять к публикации безграмотный текст , поскольку у неё есть редактор. Может быть , в штаты Ученых советов или ВАК также стоит ввести редакторов?!

### **Заключение.**

В целом диссертационная работа Д.А. Сушниковой является законченным научно-исследовательским трудом, выполненным автором самостоятельно на достаточно высоком научном уровне. Работа соответствует основным требованиям ВАК РФ и “Положения о присуждении научных степеней”, предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Автореферат соответствует основному содержанию диссертации, а квалификация её автора

заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18

д.ф.-м.н., профессор



/В.П.Ильин/

Адрес электронной почты: [jlin@sscc.ru](mailto:jlin@sscc.ru)

**Организация – место работы:** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук.

**Должность:** главный научный сотрудник

**Почтовый адрес:** 630090, Российская Федерация, г. Новосибирск, Проспект академика Лаврентьева, 6, ИВМиМГ СО РАН.

**Тел.:** (383) 330-60-62

**Web-сайт организации:** <https://icmmg.nsc.ru>

Подпись В.П.Ильина

Заверяю

Ученый секретарь

ИВМиМГ СО РАН

д.ф.-м.н.



/И.М.Куликов/

05.10.2017