

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМИЧЕСКОГО РЕЖИМА МЕЛКИХ ВОДОЕМОВ\*

В. М. СТЕПАНЕНКО

*Вычислительный центр МГУ, Москва, Россия*

e-mail: [stepanen@srcc.msu.ru](mailto:stepanen@srcc.msu.ru)

A one-dimensional model of a shallow lake is described. The main physical processes, simulated by the model, are as follows: heat and moisture diffusion, phase transformations (water/ice), gravitational infiltration of water in snow and soil, two-dimensional (horizontal) currents (according to Ekman equations). To account for the turbulent mixing in a lake,  $E - \varepsilon$ -parameterization is used. The model demonstrates satisfactory agreement with observations taken on lakes in Yakutia and Karelia.

## Введение

Проблема взаимодействия атмосферы с различными типами подстилающей поверхности имеет важное значение для широкого спектра научных и научно-практических задач: от прогноза изменений климата с использованием моделей общей циркуляции атмосферы до изучения переноса антропогенных примесей в пограничном слое (ПС).

При взаимодействии воздушного потока с неоднородной по аэродинамическим свойствам подстилающей поверхностью возникают внутренние пограничные слои. В частности, они возникают над водоемами суши. Как показано в работе [1], режим метеорологических величин над водоемами существенно отличается от режима над окружающей территорией. В частности, если водоем окружен лесом, то над ним наблюдаемые значения энергии пульсации вертикальной скорости значительно ниже, что вызвано устойчивой стратификацией и меньшей шероховатостью поверхности. Кроме того, над водоемом, как правило, меняет знак вертикальный градиент температуры, а значит, и поток явного тепла. Сильно изменяется над такой поверхностью водоема и скорость испарения. Таким образом, наличие водоемов значительно меняет структуру пограничного слоя, а при гидрологической неоднородности поверхности может существенно сказываться и на крупномасштабном атмосферном потоке.

Среди регионов, где наблюдается густая гидрологическая сеть и где поэтому ее климатический эффект наиболее значителен, особенно выделяются Западная Сибирь, Карелия, Финляндия и Канада.

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 04-05-64898) и Международной ассоциации содействия сотрудничеству с учеными из стран СНГ (грант INTAS-01-2132).

© Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук, 2005.

Для детального изучения физических механизмов, действующих в пограничном слое атмосферы над гидрологически неоднородной земной поверхностью, необходимо использовать совместную модель ПС и подстилающей поверхности, включая термодинамическую модель водоема. С этой целью была создана одномерная модель водоема, которая, с одной стороны, описывает основные механизмы переноса тепла в системе атмосфера — водоем — грунт, а с другой — достаточно эффективна с вычислительной точки зрения [2].

В настоящей работе представлена усовершенствованная версия данной модели и описан новый блок модели — блок параметризации турбулентности. Приведены результаты сравнения модельных расчетов термического режима озер с данными натурных измерений.

## 1. Краткое описание модели

В модели представлены 4 физических слоя (сверху вниз): снег, лед, собственно водоем (резервуар жидкой воды) и нижележащий грунт. Слои льда и снега на поверхности водоема образуются осенью, эволюционируют зимой, а весной исчезают в результате таяния. С уравнениями, описывающими процессы в слоях снега, льда и почвы, можно ознакомиться в работах [2, 3].

Термодинамический режим водоема рассчитывается на основе одномерного уравнения теплопроводности. Предполагается, что начало направленной вниз вертикальной координаты  $z$  совмещено с уровнем свободной поверхности водоема, так что пространственная область, в которой ищется решение, представляет собой отрезок  $[0, h]$ , где  $h = h(t)$  — глубина водоема, а  $t$  — время. Удобно перейти от исходной вертикальной координаты  $z$  к новой независимой переменной  $\xi = z/h$ . В новых переменных  $(\xi, t)$  уравнение теплопроводности принимает вид

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + c\rho \frac{dh}{dt} \frac{\xi}{h} \frac{\partial T}{\partial \xi} - c\rho \frac{1}{h} \frac{dh_0}{dt} \frac{\partial T}{\partial \xi} - \frac{1}{h} \frac{\partial S}{\partial \xi} + M. \quad (1)$$

Здесь  $c$  — теплоемкость воды;  $\rho$  — ее плотность;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $T$  — температура;  $dh_0/dt$  — скорость приращения слоя воды на верхней границе, с которой связано начало системы координат, м/с;  $S$  — поток солнечной радиации в толще водоема;  $M$  — слагаемое, учитывающее влияние вертикального плотностного перемешивания на распределение температуры.

Для расчета потока солнечной радиации в толще водоема применяется широко используемая в различных исследованиях экспоненциальная зависимость

$$S(\xi) = S(0) \exp(-\alpha_e h \xi),$$

где  $\alpha_e$  — коэффициент экстинкции.

В качестве граничного условия для уравнения (1) на границе водоема с атмосферой выступает градиент температуры (поток тепла), который находится из уравнения теплового баланса [3]. В уравнении теплового баланса радиационные потоки, приходящие из атмосферы, считаются заданными, собственное излучение водной поверхности рассчитывается согласно закону Стефана — Больцмана, а потоки явного и скрытого тепла — по интегральным формулам с привлечением теории подобия Монино — Обухова [4]. Для расчета потоков явного и скрытого тепла достаточны данные измерений температуры и влажности на одном уровне в приземном слое атмосферы. Таким образом, в качестве входных данных для интегрирования модели подходят ряды стандартных метеорологических измерений на синоптических станциях.

Турбулентный теплообмен, выражаемый через коэффициент  $\lambda$ , является основным механизмом вертикального обмена теплом и массой в водоеме. Его параметризация в предлагаемой модели осуществлена в двух вариантах.

### 1.1. “Эмпирическая” параметризация турбулентности

Входящие в нее параметры определялись в ходе численных экспериментов и подобраны так, чтобы имело место наилучшее согласие модельных и экспериментальных данных. При этом вертикальное перемешивание, вызванное неустойчивой стратификацией, описывается слагаемым  $M$ , а ветровое воздействие учитывается коэффициентом теплопроводности  $\lambda$ .

Реализованная для расчета  $M$  процедура вертикального плотностного перемешивания в водоеме заключается в том, что через фиксированный интервал времени производится мгновенное перераспределение по вертикали теплосодержания водоема так, чтобы плотность воды монотонно возрастала с глубиной. При этом плотность считается только функцией температуры и рассчитывается по упрощенной версии известной эмпирической формулы, рекомендованной UNESCO:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0(1 + 8.0 \cdot 10^{-5} + 5.88 \cdot 10^{-5} T - 8.11 \cdot 10^{-6} T^2 + 4.77 \cdot 10^{-8} T^3), \\ \rho_0 &= 1000 \text{ кг/м}^3, \end{aligned} \quad (2)$$

где температура  $T$  выражена в градусах Цельсия.

Учет ветрового воздействия при вычислении  $\lambda$  выражен следующей гипотетической зависимостью:

$$\lambda_s = \min \left( \lambda_0 + \frac{V}{V_0} (\lambda_{\max} - \lambda_0), \lambda_{\max} \right), \quad \lambda = \lambda_s + b \xi. \quad (3)$$

где  $\lambda_s$  — коэффициент теплопроводности на поверхности водоема;  $b$  — некоторый коэффициент;  $\lambda_0 = 10\lambda_m$ ,  $\lambda_m$  — коэффициент молекулярной теплопроводности;  $V$  — скорость ветра;  $V_0$  — скорость ветра, при которой коэффициент теплопроводности достигает максимального значения  $\lambda_{\max}$ . Помимо линейной зависимости  $\lambda$  от глубины в модели есть возможность использовать и экспоненциальную.

Очевидно, что описанная параметризация не лишена недостатков: отсутствует, в частности, теоретическое обоснование задания временного интервала мгновенного перемешивания, а также выбора параметров формулы для расчета  $\lambda$ . Другими словами, эти параметры могут сильно различаться в разных географических регионах, а также между отдельными водоемами. Главное же достоинство рассмотренной параметризации — простота ее реализации. В литературе (см., например, [5]) предлагаются более сложные полуэмпирические параметризации турбулентной теплопроводности, однако и они обладают перечисленными выше недостатками и потому в данной работе не используются.

### 1.2. Параметризация турбулентности на основе уравнений для кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации ( $E - \lambda$ -параметризация)

В рамках данной получившей широкое признание и распространение параметризации [6] коэффициент турбулентной теплопроводности  $\lambda$  определяется следующим образом:

$$\lambda = c\rho k, \quad (4)$$

где  $k$  — коэффициент турбулентности, который вычисляется по формуле

$$k = C_e \frac{E^2}{\varepsilon}. \quad (5)$$

Здесь  $E = 1/2 \left[ \overline{(u')^2 + (v')^2 + (w')^2} \right]$  — кинетическая энергия турбулентности (черта сверху — знак осреднения, величины со штрихами — отклонения от среднего значения);  $\varepsilon$  — скорость диссипации кинетической энергии турбулентности в тепло;  $C_e$  — безразмерный коэффициент. Величина  $E$  рассчитывается с помощью следующего уравнения [7]:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\alpha_E}{h^2} \frac{\partial}{\partial \xi} k \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\xi}{h} \frac{dh}{dt} \frac{\partial E}{\partial \xi} + P - \varepsilon,$$

где  $\alpha_E$  — безразмерная константа, а слагаемое  $P$  представляет собой суммарную генерацию энергии турбулентности за счет сдвига скорости и эффекта плотностной стратификации:

$$P = \frac{k}{h^2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 \right] - \frac{g k}{\rho h} \frac{\partial \rho}{\partial \xi}.$$

Для вычисления зональной  $u$  и меридиональной  $v$  компонент скорости течения воды используются уравнения Экмана, в которых учтены турбулентный перенос импульса и отклоняющая сила вращения Земли:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \xi} k \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\xi}{h} \frac{dh}{dt} \frac{\partial u}{\partial \xi} - f v, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \xi} k \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{\xi}{h} \frac{dh}{dt} \frac{\partial v}{\partial \xi} + f u, \end{aligned}$$

где  $f$  — параметр Кориолиса. Скорость диссипации энергии турбулентности находится из уравнения

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\alpha_\varepsilon}{h^2} \frac{\partial}{\partial \xi} k \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} + \frac{\xi}{h} \frac{dh}{dt} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} + C_1 \frac{\varepsilon}{E} (P - \varepsilon), \quad (6)$$

где  $\alpha_\varepsilon$  — безразмерная константа;  $C_1$  — функция числа Рейнольдса  $Re$ :

$$C_1 = \frac{C_0}{1 + 0.69(2 - C_0)/\sqrt{Re}}, \quad Re = \frac{(2E/3)^2}{\nu \varepsilon},$$

$\nu$  — молекулярная вязкость воды, а безразмерная константа  $C_0$  принята равной 1.9.

Для составляющих скорости течений формулируются следующие граничные условия. На свободной поверхности  $\xi = 0$  (граница вода — атмосфера) используется предположение о непрерывности потока импульса:

$$\begin{aligned} -\rho k h^{-1} \frac{\partial u}{\partial \xi} \Big|_0 &= \tau_x, \\ -\rho k h^{-1} \frac{\partial v}{\partial \xi} \Big|_0 &= \tau_y, \end{aligned}$$

где в правых частях записаны зональная и меридиональная составляющие напряжения трения в приземном слое атмосферы, рассчитываемые согласно теории подобия Монина —

Обухова. Аналогичные условия используются и на границах раздела  $\Gamma$  водной среды с твердой поверхностью (вода — лед, вода — грунт), только потоки импульса задаются по формулам Шези [8]:

$$\begin{aligned}\tau_x|_{\Gamma} &= \pm \rho g C_z^{-2} u \sqrt{u^2 + v^2}, \\ \tau_y|_{\Gamma} &= \pm \rho g C_z^{-2} v \sqrt{u^2 + v^2},\end{aligned}$$

где  $C_z$  — коэффициент Шези, определяемый шероховатостью поверхности. В этих формулах знак “+” берется в случае поверхности вода — грунт, а “−” для поверхности вода — лед.

Граничное условие для энергии турбулентности при  $\xi = 0$  (на верхней границе) имеет следующий вид:

$$-\frac{k}{h} \frac{\partial E}{\partial \xi} = k_{we} \left( \frac{\tau}{\rho} \right)^{\frac{3}{2}},$$

где  $k_{we}$  — коэффициент, учитывающий генерацию турбулентности за счет обрушения волн;  $\tau$  — модуль напряжения трения. На нижней границе используется то же условие, но в левой части со знаком “+” и при  $k_{we} = 1$ . Граничные условия для скорости диссипации также задаются в форме потоков.

## 2. Верификация модели

С целью верификации модели проведены численные эксперименты с использованием рядов стандартных метеорологических измерений (Якутск, Колпашево), а также специальных серий измерений на оз. Вендюрское (Карелия), выполненных в 2003 году в рамках проекта INTAS-01-2132 (Web-адрес проекта: <http://nwpi.krc.karelia.ru/intas-01-2132/index.htm>). Данные измерений на синоптических станциях извлечены из архива NDP048, размещенного в сети Интернет (<http://cdiac.esd.ornl.gov/ftp/ndp048>) и содержащего ряды многолетних наблюдений на 225 станциях бывшего СССР. В настоящей работе приведены некоторые результаты экспериментов для Якутска. Результаты моделирования сравнивались с данными натурных наблюдений на оз. Сырдах (20 км к северу от Якутска, левобережье р. Лены). Выбор оз. Сырдах для численных экспериментов объясняется тем, что на этом водоеме в 1976—1977 годы проводились регулярные наблюдения за водно-тепловым режимом, включая теплобалансовые измерения.

### 2.1. Эксперименты с данными наблюдений на оз. Сырдах

Моделирование водного и теплового режимов оз. Сырдах и нижележащих грунтов производилось в период 1965—1984 годы, для которого были доступны данные метеорологических наблюдений в г. Якутске и данные натурных измерений на самом озере (1976—1977 годы) [9].

В результате моделирования были получены среднемесячные вертикальные профили температуры в оз. Сырдах за период сентябрь 1976 — август 1977 года и проведено сравнение с данными измерений [9]. При этом в модельных расчетах использовались как “эмпирическая”, так и  $E - \varepsilon$ -параметризация вертикального турбулентного обмена. Эти результаты для января и июля представлены на рис. 1.

Как видно, наблюдается хорошее согласование обоих модельных профилей с измеренным профилем в период ледостава (рис. 1, а). Это естественно, поскольку в этот период

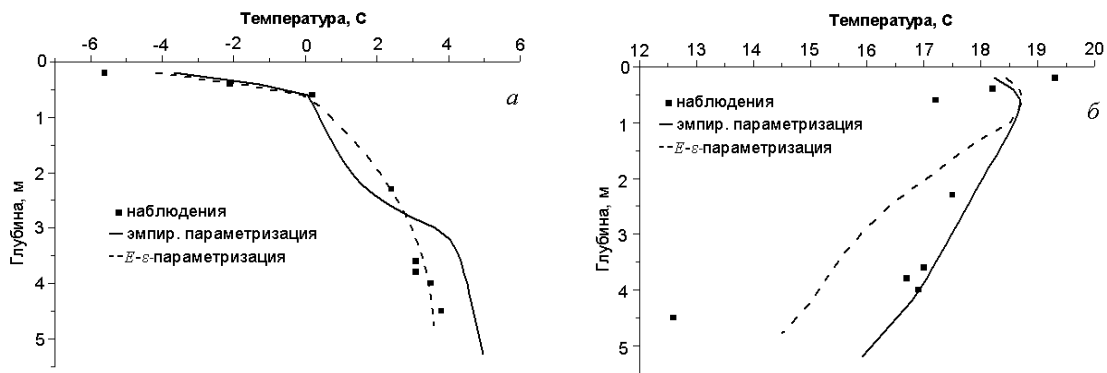


Рис. 1. Вертикальный профиль температуры в оз. Сырдах, декабрь 1976 года (а) и июль 1977 года (б).

физика теплопереноса предельно проста и адекватно воспроизводится моделью: энергия турбулентных пульсаций стремится к нулю, а коэффициент турбулентности приближается по значению к молекулярному.

В июле (рис. 1,б) модель хуже воспроизводит реальное распределение температуры, поскольку летом “включаются” сложные динамические процессы в водоеме: конвекция, Ленгмюровские циркуляции, ветровые течения, распространение внутренних волн, развитие и обрушение поверхностных волн и др. Эти динамические процессы существенно трехмерны и в рамках одномерной модели не могут быть удовлетворительно воспроизведены. Поэтому форма реального профиля температуры не отражается моделью. Между тем абсолютные ошибки расчета температуры не более 2 °С можно считать вполне удовлетворительными для одномерной модели.

## 2.2. Эксперименты с данными наблюдений на оз. Вендюрское

Измерения на оз. Вендюрское (Карелия, 62°10′ с.ш., 33°10′ в.д.) производились в период 18–22 июля 2003 года. Измерялись температура поверхности и дна озера, а также метеорологические величины, включая поток солнечной радиации и радиационный баланс. Сравнение результатов расчетов с данными этих измерений (рис. 2) позволяет оценить качество воспроизведения моделью суточной изменчивости температуры озера.

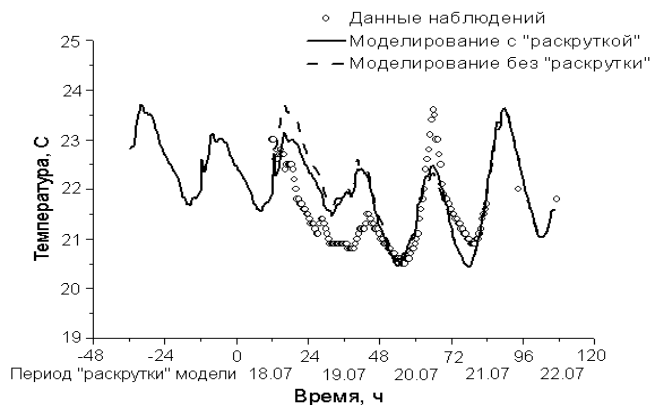


Рис. 2. Температура поверхности оз. Вендюрское по данным измерений и результатам моделирования.

На рис. 2 отражены два модельных результата: с процедурой “раскрутки” (модель предварительно интегрируется с повторяющимися условиями первого дня измерений) и без нее. Как видно, процедура “раскрутки” позволяет заметно улучшить качество воспроизведения моделью температуры озера в первый день измерений.

На основании проведенных экспериментов модель в целом удачно воспроизводит суточную и межсуточную изменчивость температуры (коэффициент корреляции между модельным и экспериментальным временными рядами  $\approx 0.8$ ), мгновенные ошибки не превосходят  $1.5^\circ\text{C}$ .

## Заключение

Усовершенствованная версия одномерной модели водоема демонстрирует удовлетворительное согласование с данными натурных наблюдений и в то же время не требует значительных вычислительных ресурсов. Таким образом, можно надеяться, что она станет подходящим инструментом для дальнейших работ по совместному моделированию пограничного слоя атмосферы и гидрологически неоднородной поверхности суши.

Автор считает приятным долгом выразить признательность чл.-корр. РАН В.Н. Лыкозову за научное руководство, проф. М.А. Петросянцу — за постоянную поддержку работы и проф. А.В. Кислову — за плодотворные дискуссии и полезные замечания, А.Ю. Тержевику — за консультации по использованию данных наблюдений на оз. Вендюрское.

## Список литературы

- [1] МАНРТ L. Surface heterogeneity and vertical structure of the boundary layer // Boundary-layer Meteorology. 2000. Vol. 96. P. 33–62.
- [2] СТЕПАНЕНКО В.М., ЛЫКОСОВ В.Н. Численное моделирование процессов тепловлагопереноса в системе водоем — грунт // Метеорология и гидрология. 2005. № 3. С. 95–104.
- [3] СТЕПАНЕНКО В.М. Численная модель процессов тепловлагообмена в системе водоем — почва и ее валидация // Вычисл. технологии. 2004. Т. 9. № 1.
- [4] МОНИН А.С., ОБУХОВ А.М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы // Тр. Геофиз. ин-та АН СССР. 1954. № 24(151). С. 163–187.
- [5] SIMOES F. An eddy viscosity model for shallow-water flows // Water Resources Eng. 1998. ASCE. NY. P. 1858–1863.
- [6] ЛЫКОСОВ В.Н. О проблеме замыкания моделей турбулентного пограничного слоя с помощью уравнений для кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1992. Т. 28. С. 696–704.
- [7] МОНИН А.С., ЯГЛОМ А.М. Статистическая гидромеханика (механика турбулентности). Ч. 1. М.: Наука, 1965. 639 с.
- [8] ЧЕБОТАРЕВ А.И. Общая гидрология (воды суши). 2-е изд. Л., 1975.
- [9] ПАВЛОВ А.В., ТИШИН М.И. Тепловой баланс крупного озера и прилегающей территории в Центральной Якутии // Строение и тепловой режим мерзлых пород. Новосибирск: Наука, 1981.

*Поступила в редакцию 2 июня 2005 г.*