Об одной разностной схеме для уравнений сжимаемого газа
Кобельков Г. М.

Система уравнений, описывающая течение одномерного баротропного сжимаемого газа, имеет вид

$$\begin{gathered}\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}=0,\\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x}-\nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial p}{\partial x}=0, p=\rho^\gamma,\ \gamma=\mathrm{const}>1,\ \nu\geq 0.\end{gathered}\tag{1}$$

Уравнения (1) рассматриваются в цилиндре $Q_T=[0,1]\times[0,T]$ и дополняются краевыми и начальными условиями

$$u(0,t)=u(1,t)=0,\quad u(x,0)=u_0(x),\ \rho(x,0)=\rho_0(x)\geq 0.\tag{2}$$

Для решения задачи (1), (2) имеет место неравенство

$$\int\limits_0^1\left(\rho(x,t)\frac{\mathbf{u}^2(x,t)}{2}+\frac{p(x,t)}{\gamma-1}\right)dx\leq\int\limits_0^1\left(\rho(x,0)\frac{\mathbf{u}^2(x,0)}{2}+\frac{p(x,0)}{\gamma-1}\right)dx,\tag{3}$$

которое переходит в равенство при $\nu=0$.

Кроме этого, из физики следует, что плотность ρ неотрицательна. В дифференциальном случае доказательство неотрицательности плотности в настоящее время отсутствует.

В докладе приводится монотонная разностная схема для решения (1), (2), которая обеспечивает выполнение разностного аналога оценки (3). При этом функция плотности будет неотрицательна на всем промежутке времени. Схема элементарным образом допускает обобщение на многомерный случай. Приведены примеры расчетов течений в Черном и Каспийском морях для модели мелкой воды с использованием предлагаемой разностной схемы.