

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)»

УТВЕРЖДАЮ
Ректор МФТИ

_____ Н.Н. Кудрявцев

Программа государственного экзамена по специальности

по дисциплине: Прикладная математика
по направлению: Прикладная математика и физика (магистратура)
магистерская программа: Прикладная математика
кафедра: Кафедра вычислительных технологий и моделирования в геофизике
и биоматематике
Физтех-школа прикладной математики и информатики

курс: 6
квалификация: магистр

Семестр, формы государственной итоговой аттестации: 11 (Осенний) - Экзамен

Программу составил: _____, член-корр. РАН, профессор, заведующий кафедрой
Василевский Ю.В.

Программа обсуждена на заседании кафедры

26 ноября 2018 г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой

Ю.В. Василевский

Начальник учебного управления

И.Р. Гарайшина

Директор Физтех-школы

А.М. Райгородский

2.1 Перечень вопросов, выносимых на государственный экзамен:

Вычислительная математика

1. Основные понятия теории разностных схем (сетки, сеточные функции, аппроксимация, устойчивость, сходимости). Сходимость и устойчивость конечно-разностных методов. Понятие абсолютной устойчивости. Порядок аппроксимации, погрешность аппроксимации. Сходимость решения разностной задачи к решению дифференциальной (на примере явной схемы Рунге-Кутты 2-го порядка аппроксимации).
2. Конечно-разностные методы. Методы Рунге-Кутты (на примере явной схемы 4-го порядка аппроксимации).
3. Методы численного интегрирования по времени систем уравнений в частных производных: простейшие явная и неявная схемы. Исследование фазовой и амплитудной ошибки за счет дискретизации по времени. Исследование устойчивости.
4. Схемы «чехарда», Адамса-Бэшфорда, Кранк-Николсон, Мацуно. Многошаговые и многослойные методы.
5. Схема Кранка-Николсон для эволюционного уравнения. Оценка порядка точности. Консервативные разностные схемы. Понятие об экономичных разностных схемах.
6. Линейные монотонные схемы для гиперболических уравнений. Теорема Годунова. Примеры линейных монотонных схем.
7. Нелинейные монотонные схемы. Пример построения. Схема Лакса-Вендроффа. Локально-консервативные схемы (примеры). Схемы с ограниченной вариацией. Теорема о достаточном условии TVD.

Вычислительная геофизическая гидродинамика

8. Нелинейная неустойчивость. Уравнение Бюргерса. Пример неустойчивой схемы. Построение устойчивой разностной схемы для этого уравнения.
9. Полулагранжев метод для уравнения переноса. Критерий устойчивости. Обобщение на двумерный случай. Учет правой части. Достоинства и недостатки. Принципы построения варианта полулагранжева метода, сохраняющего массу переносимого вещества.
10. Уравнение для инерционно-гравитационных волн. Разложение по собственным функциям вертикального оператора. Пространственные сетки типа A, B, C. Аппроксимация фазовых и групповых скоростей гравитационных и инерционно-гравитационных волн на различных пространственных сетках.
11. Построение разностных схем, сохраняющих интегральные инварианты двумерной жидкости: Динамика двумерной баротропной жидкости. Интегральные инварианты. Построение разностных схем, сохраняющих энтрофию для баротропной атмосферы. Построение разностных схем, сохраняющих энергию и энтрофию для баротропной атмосферы.

Сопряженные уравнения и методы оптимального управления

12. Сопряженные, симметричные и самосопряженные операторы .
13. Экстремальные задачи и критические точки функционалов. Методы минимизации функционалов.
14. Понятие о задаче оптимального управления. Условия оптимальности. О подходах к решению задач оптимального управления.
15. Некорректные, условно корректные задачи и понятие регуляризирующего оператора.
16. Метод регуляризации А.Н.Тихонова.
17. Описание классов обратных задач и задач управления и этапов их исследования и решения.
18. Условия единственности решений задач оптимального управления.
19. Условие плотной ("аппроксимативной") разрешимости задач оптимального управления.

Спектральный анализ нестационарных систем

20. Форма Шура. Жорданова форма. Сингулярное разложение. Ряд по собственным и присоединенным векторам. Ряд по инвариантным подпространствам.
21. Проекторы и их представления. Проектор Рисса. Функции от матриц. Спектральный портрет. Норма резольвенты.
22. Сингулярные функции. Интегральный критерий качества дихотомии ограниченным контуром.
23. Круговая дихотомия. Дискретное уравнение Ляпунова.
24. Хаусдорфово множество.

25. Уравнение Ляпунова. Квадратичная функция Ляпунова.

Проекционно-сеточные методы

26. Вариационные и проекционные методы решения задач математической физики. Метод Рунге.

27. Методы Бунднова-Галеркина, наименьших квадратов, Галеркина-Петрова.

28. Аппроксимация финитными функциями (кусочно-постоянными и кусочно-линейными базисными функциями в 1D и 2D случаях).

Практические методы решения систем и многомерных приближений

29. Быстрое преобразование Фурье.

30. Маршевый метод, частичные задачи.

31. Метод циклической редукции как двухсеточный метод.

32. Метод сопряженных градиентов.

33. Метод минимальных невязок.

34. Метод бисопряженных градиентов.

Математическое моделирование общей циркуляции атмосферы

35. Состав и строение атмосферы. Уравнения гидротермодинамики атмосферы в различных системах координат. Законы сохранения.

36. Типы волновых движений в атмосфере. Параметр Кибеля-Росби. Масштаб Росби. Геоострофический ветер. β -эффект. Волна Росби.

37. Баротропная неустойчивость атмосферных потоков.

38. Проблема циклогенеза в атмосфере Земли.

39. Понятие о пограничных слоях в атмосфере. Экмановский пограничный слой.

40. Понятие о доступной потенциальной энергии. Преобразования энергии в атмосфере и цикл Лоренца.

41. Общая циркуляция атмосферы. Ячейки Гадлея и Ферела. Струйные течения.

Динамика океана

42. Уравнения крупномасштабной гидротермодинамики океана. Физический смысл основных приближений и гипотеза Буссинеска, гидростатики, несжимаемости, "твердой крышки". Простейшая параметризация процессов турбулентного трения.

43. Простейшие модели плоской циркуляции в океане. Формирование пограничных слоев у западных берегов океана. Задачи Стоммела, Манка. Краевая задача для уровневой поверхности океана. Формулировка граничных условий на открытых и твердых участках граничного контура.

44. Длинные волны в стратифицированном океане в линейном приближении. Уравнения для давления и U -компоненты скорости. Метод разделения переменных. Вертикальная структура движений в простейших случаях линейной и экспоненциальной стратификации. Горизонтальная волновая структура: два основных типа волн и их свойства.

45. Основные механизмы крупномасштабной циркуляции вод Мирового океана.

Методы математической статистики

46. Методы математической статистики. Стандартные и специальные точечные оценки. Эффективность точечных оценок.

47. Критерии проверки статистических гипотез (критерии согласия, непараметрические критерии).

48. Одномерная линейная и нелинейная регрессия.

49. Многомерная регрессия (метод редукции, BLUE, метод статистической регуляризации).

50. Анализ главных компонент.

51. Байесовская классификация.

52. Метод опорных векторов.

53. Иерархический кластерный анализ, метод k -средних.

Математическое моделирование в иммунологии и медицине

54. Определение гомеостаза и внутренней среды организма. Связь с приспособленностью и адаптацией организма.

55. Свойства вирусов и бактерий, их взаимодействие со средой и макроорганизмами.

56. Понятие болезни, связь с гомеостазом.

57. Построение индекса тяжести болезни на примере лабораторного индекса для гепатита.
58. Методы анализа динамики индексов тяжести. Сопоставление клинического и лабораторного индексов.
59. Обоснование вида уравнений базовой модели инфекционного заболевания. Гипотезы и предположения использованные при построении уравнений. Область применения базовой модели.
60. Условие устойчивости состояния здоровья. Варианты динамики переменных модели, их интерпретация.
61. Оценка параметров модели противовирусного иммунного ответа. Понятие обобщенной картины болезни. Особенности данных обобщенной картины вирусного гепатита.
62. Технология решения задачи приближения моделью данных обобщенной картины.
63. Механизмы старения иммунитета и построение уравнений модели старения иммунитета.
64. Механизмы поддержания гомеостаза и построение уравнений поддержания гомеостаза. Энергетика процессов защиты организма от инфекций, принцип оптимума. Условие устойчивости хронической инфекции.

Гидротермодинамика атмосферных дисперсных систем и задачи экологии

65. Уравнение гидротермодинамики влажной конвекции. Микрофизические процессы в модели влажной конвекции (нуклеация, конденсация и испарение водяных капель, коагуляция и дробление).
66. Математическая модель формирования конвективной облачности в двухфазной системе (лед-вода).
67. Атмосферные аэрозоли. Основные характеристики частиц дисперсной фазы. Движение частиц в поле силы тяжести. Броуновская диффузия аэрозолей.

2.2 Государственный экзамен включает 1 вопрос по тематике НИР и 2 вопроса по магистерской программе обучающегося.

2.3 Государственный экзамен не включает контрольные задания.

3. Перечень литературы для подготовки к государственному экзамену

1. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М., Наука, 1983.
2. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Наука, 1980.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М., Наука, 1981.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука, 1980.
5. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М., Наука, 1987.
6. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М., Изд. МФТИ, 1994.
7. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. М., Наука, 1981.
8. Матвеев Л.Т. Физика атмосферы.
9. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. Т.1 и 2.
10. Дымников В.П., Филатов А.Н. Устойчивость крупномасштабных атмосферных потоков.
11. Саркисян А.С. Моделирование динамики океана. С-П., Гидрометеоздат, 1991.
12. Василевский Ю., Ольшанский М. Краткий курс по многосеточным методам и методам декомпозиции области. М.:Макс-ПРЕСС, 2007. - 103с.
13. Ольшанский М. Лекции и упражнения по многосеточным методам. М: Физматлит, 2005. - 168с. ISBN 5922105930.
14. Тыртышников Е.Е. Методы численного анализа. М.: Академия, 2007. 320с. ISBN 978-5-7695-3925-1
15. Saad Y. Iterative methods for sparse linear systems. 2nd Edition. SIAM, 2003.
16. Василевский Ю., Капырин И.. Практикум по современным вычислительным технологиям и основам математического моделирования. М.:Макс-ПРЕСС, 2009. - 60с. ISBN 978-5-89407-357-6
17. Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б. Математические модели в геофизической гидродинамике и численные методы их реализации. Ленинград: Гидрометеоздат, 1987 г.
18. Durrant D. Numerical Methods for Fluid Dynamics (With Applications to Geophysics) 2nd Edition, Springer, 2010, 512 стр.
19. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. 2е изд. М.: Изд-во «Научный мир», 2003

20. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Пер. с англ. М.: изд-во «Мир», 1991 г., в 2 т.
21. Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Пер. с англ. Под ред. В.П.Садокова. Л.: Гидрометеиздат, 1982
22. Марчук Г.И. Сопряженные уравнения и анализ сложных систем. - М.: Наука, 1992.
23. Марчук Г.И., Агошков В.И., Шутяев В.П. Сопряженные уравнения и методы возмущений в нелинейных задачах математической физики. - М.: Наука, 1993.
24. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986.
25. Треногин В.А. Функциональный анализ. - М.: Наука, 1980.
26. Фурсиков А.В. (1999) Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения. - Новосибирск: Научная книга, 1999.
27. Марчук Г.И. Математические модели в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты. М., Наука, 1991.
28. Романюха А.А. Математическое моделирование в иммунологии и эпидемиологии. М., Би-ном, 2012.
29. Моделирование динамики и кинетики газовых примесей и аэрозолей в атмосфере/ Алоян А.Е., М. Издательство «Наука», 2008. — 415 с, . ISBN 978-5-02-036067-9.
30. Динамика и кинетика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере./Алоян А.Е., курс лекций. М.: ИВМ РАН, 2002.- 201 с. ISBN 5-901854-05-5.
31. Козодеров В.В., Кондранин Т.В., Дмитриев Е.В. Методы обработки многоспектральных и гиперспектральных аэрокосмических изображений. // Москва, МФТИ, 2013. 224 с.
32. Козодеров В.В., Дмитриев Е.В., Каменцев В.П. Когнитивные технологии дистанционного зондирования в природопользовании: монография. Тверь, ТвГУ. 2016. 280 с.
33. Шовенгерт Р.А. Дистанционное зондирование. Методы и модели обработки изображений. // Москва, Техносфера, 2010. 560 с.
34. Чавро А.И., Дымников В.П. Методы математической статистики в задачах физики атмосферы. // Москва, ИВМ РАН, 2000. 210 с.
35. Годунов С.К. Лекции по современным аспектам линейной алгебры.—Новосибирск: Научная Книга, 2002.
36. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999.
37. Годунов С.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.— Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1994.
38. Нечепуренко Ю.М. Спектральные разложения. Труды математического центра им. Н.И. Лобачевского. Том 26. - Казань: Изд-во казанского математического общества, 2004, С.18-70.

4. Рекомендации обучающимся по подготовке к государственному экзамену

4.1 Рекомендации обучающимся по подготовке к государственному экзамену:

1. Изучение конспектов лекций и литературы в соответствии со списком билетов и списком литературы.
2. Изучение литературы и актуальных научных работ по тематике НИР. Обучающийся должен хорошо владеть специальными дисциплинами по теме НИР.

5. Методика и критерии оценки государственного экзамена

5.1 Методика и критерии оценки государственного экзамена: 4 балла - вопрос по магистерской программе, соответствующей тематике НИР, остальные вопросы по магистерской программе - каждый по 3 балла. Баллы за ответ могут быть снижены в случае допущения ошибки в формулировке теоремы или ее доказательства, не ответа на дополнительный вопрос, связанный с основным вопросом билета.

При подготовке разрешается использование конспектов лекций. Во время ответа на вопрос и связанные с ним дополнительные вопросы использование дополнительных материалов (в т.ч. конспектов лекций, книг, материалов на электронных носителях, телефонах, и т.п.) не допускается. В случае нарушения правила об использовании дополнительных материалов балл за ответ может быть снижен.

По итогам государственного экзамена выставляется оценка за по 10-балльной шкале.

Итоговая оценка за государственный экзамен по специальности определяется государственной экзаменационной комиссией.