

Проблемы моделирования климата и его изменений

В. П. Дымников, В.Н. Лыкосов

Институт вычислительной математики РАН, Москва

Введение

Центральной проблемой современной теории климата является проблема предсказания изменений климата, вызванных антропогенной деятельностью. В силу специфических особенностей климатической системы, которые будут обсуждены ниже, эта проблема не может быть решена традиционными методами, многократно опробованными в естественных науках. Можно констатировать, что главной методологической основой решения данной задачи является в настоящее время численное моделирование климатической системы с помощью глобальных климатических моделей, основой которых являются глобальные модели общей циркуляции атмосферы и океана. Естественно, что формулирование моделей климата требует проведения натурных экспериментов, анализ результатов которых позволяет формулировать все более точные модели конкретных физических процессов, определяющих динамику климатической системы. Однако, такие эксперименты не решают главной задачи - определение чувствительности реальной климатической системы к малым внешним воздействиям.

В настоящей статье мы попытались обсудить все основные проблемы, возникающие на пути решения этой задачи. Естественно, что многие математические проблемы невозможно объяснить без специальной терминологии, требующей своего объяснения. На этой «лестнице» нужно было где-то остановиться, что мы и пытались сделать. Разбивая статью на разделы, мы предполагали, что их можно, вообще говоря, читать независимо. Например, параграфы о моделях климата и экспериментах с ними можно читать независимо от параграфов, в которых описывается математическая теория климата. Хотелось подчеркнуть, что большая часть научного сообщества, имеющая дело с моделями климата, вообще не интересуется математическими проблемами, рассматривая модель климата как конкретную конечномерную «конструкцию» с конкретным описанием физических процессов, таким образом переводя исследование качества модели исключительно на рельсы численного эксперимента. Однако, как будет показано ниже, в этом случае полностью или частично игнорируются фундаментальные проблемы предсказуемости изменений климата.

1. Климатическая система и климат. Основные цели исследования

В начале этого раздела целесообразно дать два определения.

Определение 1. Климатическая система есть система, объединяющая атмосферу, океан, криосферу, сушу и биоту.

Определение 2. Климат есть ансамбль состояний, проходящий климатической системой за достаточно большой промежуток времени.

Если первое определение не вызывает каких-то отрицательных эмоций, то ко второму возникает целый ряд вопросов.

Вопрос первый: что такое состояние климатической системы?

Строгое определение состояния будет дано, когда мы введем понятие идеальной модели климатической системы. Сейчас же можно только сказать, что климатическая система характеризуется конечным множеством параметров, значения которых в фиксированный момент времени и определяет состояние климатической системы. А почему собственно множество параметров конечно? В принципе мы знаем, что конечно число молекул, образующих климатическую систему, и фазовое пространство системы будет иметь размерность, равную удвоенному числу молекул. Однако, при описании системы мы пользуемся дифференциальными уравнениями с частными производными, решения которых принадлежат пространству бесконечной размерности, и существование конечного числа параметров, определяющих состояние системы, конечно, надо доказывать. Ясно также, что если под параметрами понимать, например, температуру, давление, компоненты скорости и т.д. на каком-то достаточно плотном множестве точек, то до настоящего времени измеренного состояния (одного!) климатической системы мы не имеем. Можно, однако, априори из каких-то соображений определить количество параметров, характеризующих климатическую систему, которые нас интересуют, и считать, что это и есть искомый набор параметров. Например, мы можем определить, что климатическую систему можно характеризовать одним параметром - осредненной по глобусу приповерхностной температурой. Люди, которые интересуются только этим параметром, несомненно существуют, и их достаточно много, чтобы однопараметрические модели климатической системы имели право на жизнь, однако, в этом случае возникает более существенный вопрос о способности таких моделей что-то предсказывать. Не надо забывать, что необходимым условием качества всякой теории является ее предсказательная возможность.

Вопрос второй: что такое ансамбль?

Вообще говоря, под ансамблем понимается не просто множество состояний, но и некоторая вероятностная мера, заданная на этом множестве. Другими словами, мы должны иметь некоторую количественную характеристику, определяющую вероятность того, что система может находиться на некотором подмножестве данного множества. При этом знания вероятности перехода из одного подмножества в другое не предполагается.

Вопрос третий: что такое достаточно большой промежуток времени?

Это вопрос очень сложный. С математической точки зрения очень удобно выбрать этот промежуток очень большим (в пределе бесконечным). Тогда о собственно (внутренней) изменчивости климата речи быть не может, и мы можем говорить только об изменениях климата под воздействием внешних сил на климатическую систему. Можно привести аргументы в пользу других интервалов времени, в данный же момент хочется подчеркнуть, что в любом случае прежде чем начинать дискуссию о климате, это понятие должно быть определено. Очень часто, например, под климатом понимаются какие-то характеристики определенного куска траектории климатической системы – для однопараметрической модели климата это будет, например, средняя приземная температура за определенный промежуток времени (примерно 30 лет).

Перейдем теперь к основным задачам теории климата. При этом мы будем предполагать, что компоненты климатической системы есть сплошные среды, которые мы и должны описывать с определенной точностью. Конкретные постулаты, которыми мы будем пользоваться при описании этих сред, будут обсуждены ниже.

Задача 1. Воспроизведение современного климата (понимание физических механизмов его формирования).

Задача 2. Оценка возможных изменений климата под влиянием малых внешних воздействий (проблема чувствительности климатической системы).

Задача 3. Прогноз изменений климата.

Задачи размещены в порядке их усложнения, поскольку проблема любого предсказания состояния системы связана напрямую с оценкой степени ее устойчивости в том или ином смысле. Именно эта проблема является центральной в математической теории климата.

2. Особенности климатической системы как физического объекта

Климатическая система как физический объект обладает рядом специфических особенностей.

1. Главные компоненты системы - атмосфера и океан - с геометрических позиций можно рассматривать как тонкие пленки, поскольку отношение вертикального масштаба к горизонтальному составляет величину порядка 0.01 - 0.001. Таким образом, система квазидвумерна, однако, вертикальная стратификация по плотности очень важна, и крупномасштабные вертикальные движения ответственны за бароклинные преобразования энергии. Характерные временные масштабы энергетически значимых физических процессов лежат в диапазоне от 1 часа до десятков и сотен лет. Все это приводит к тому, что лабораторное моделирование такой системы, мягко говоря, крайне затруднительно.

2. С климатической системой нельзя поставить целенаправленный физический эксперимент. Действительно, мы не можем накачать климатическую систему, например, углекислым газом и, сохраняя прочие равные условия, измерить полученный эффект.

3. В нашем распоряжении имеются лишь короткие ряды данных наблюдений, да и то лишь об отдельных компонентах климатической системы.

Конечно, имеется еще много других важных особенностей климатической системы, которые следовало бы рассмотреть, однако, даже перечисленные выше позволяют сделать вывод, что главным средством исследования климатической системы (более точно, проблемы предсказуемости и предсказания изменений климата) является математическое (численное) моделирование. Опыт последних лет показывает, что основные результаты теории климата были получены на основе построения и использования глобальных климатических моделей.

3. Математическая теория климата

Первый вопрос, на который нужно ответить, - каковы цели и методы математической теории климата. Начнем с методов. Методы математической теории климата - это методы теории динамических систем. Чтобы применять методы этой теории к исследованию реальной климатической системы, необходимо сопоставить ей некоторый математический объект, который можно назвать "идеальной" моделью климатической системы, и который, конечно, будет идеализацией реальной системы. Будем предполагать, что существует некоторая "идеальная" модель климатической системы, такая, что наблюдаемая динамика системы есть реализация траектории, порождаемой этой моделью. Будем также предполагать, что эта модель принадлежит классу динамических диссипативных систем, который можно формально описать следующей системой уравнений

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = K(\varphi) \cdot \varphi - S\varphi + f, \quad (1)$$

$$\varphi|_{t=0} = \varphi_0, \quad \varphi \in \Phi.$$

В системе (1) φ - вектор-функция параметров климатической системы (u, v, w, \dots) , зависящая от пространственных координат и времени; S - оператор, описывающий диссипацию системы; f - внешнее возбуждение. Будем считать, что система приведена к такому виду, что ее энергию можно выразить квадратичной формой $E \equiv (\varphi, \varphi)$, т.е. мы предположим также, что $\varphi \in \Phi$, где Φ - гильбертово пространство со скалярным произведением (\cdot, \cdot) . Пространство Φ по определению есть фазовое пространство системы (1). Считается, что изучаемая система открыта, и ее воздействие на внешний поток энергии настолько мало, что им можно пренебречь.

Будем также считать, что решение системы φ детерминировано, т.е. φ существует и единственно при заданном φ_0 на любом сколь угодно большом промежутке времени T . Здесь следует сделать одно замечание. Сама постановка задачи (1) с внешним воздействием f уже с определенной точностью справедлива лишь на конечном T (Солнце теряет энергию!), следовательно разрешимость задачи (1) на бесконечном промежутке времени, вообще говоря, не нужна, но она полезна, о чем будет говориться ниже.

Далее, уже отмечалось, что $\varphi \in \Phi$, где Φ - бесконечномерное гильбертово пространство. Будем считать, что оно сепарабельно, т.е. в него можно ввести счетный базис $\{\varphi_i\}$, так что функцию φ можно разложить по этому базису

$$\varphi = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \varphi_i.$$

Коэффициенты Фурье α_i можно рассматривать как координаты φ в пространстве Φ аналогично обычным геометрическим координатам. Если φ_i есть функция только пространственных координат, то α_i - функция от времени. Тогда функцию φ в любой момент времени t_0 можно рассматривать как точку в пространстве Φ с координатами $\{\alpha_i(t_0)\}$, а решение $\varphi(t)$ при изменении t будет представлять из себя некоторую кривую в этом пространстве, которую будем называть траекторией.

Смысл качественной теории дифференциальных уравнений заключается в том, что по виду системы (1) она предсказывает (может предсказывать) качественное поведение траектории, порождаемой системой (1) без знания самой траектории. Более строго, теория предсказывает поведение траектории на достаточно больших (в пределе бесконечных!) промежутках времени.

Наиболее фундаментальным понятием теории диссипативных систем является понятие аттрактора. Будем предполагать, что система (1) обладает глобальным аттрактором, под которым понимается следующее. Глобальный аттрактор – это некоторое множество в фазовом пространстве, такое, что траектория, выпущенная из любой точки пространства Φ , со временем притягивается к этому множеству, если попадает на это множество, то никогда из него не выходит. Кроме того, глобальный аттрактор является компактным множеством. Как правило, это конечномерное множество, даже если Φ - бесконечномерно. Наконец, глобальный аттрактор в некотором смысле минимален, т.е. нет другого множества, включенного в глобальный аттрактор, которое бы обладало всеми свойствами глобального аттрактора.

Математически строго эти условия формулируются в следующем виде [5, 6]:

Множество $A \subset \Phi$ называется глобальным аттрактором полугруппы $S(t)$, $t \geq 0$, если:

- 1) A - компактно,
- 2) A - инвариантно, т.е. $S(t)(A) = A$, $\forall t \geq 0$,
- 3) A - притягивает каждое ограниченное множество $B \subset \Phi$.

Приведенное выше определение не отрицает того факта, что в глобальный аттрактор могут быть включены локальные аттракторы, локальные в том смысле, что они притягивают траектории не из всего пространства Φ , а лишь из некоторого его подмножества.

Итак, всю динамику системы (1) можно разбить условно на два этапа: движение к аттрактору и движение на аттракторе. При движении к аттрактору в общем случае происходит сжатие фазового объема - объем произвольной размерности "сжимается" к объему аттрактора, который имеет конечную размерность (объем аттрактора равен 0 по определению объема в пространстве Φ).

При движениях на аттракторе, когда траектории выпускаются из окрестности любой точки аттрактора, объем не может систематически сжиматься, т.к. в противном случае существовал бы глобальный аттрактор, включенный в исходный. Именно это обстоятельство является ключевым при получении оценок размерности аттракторов.

Поскольку аттрактор конечномерен, то возникает мысль выписать конечномерную систему уравнений, которая бы динамически на аттракторе была эквивалентна исходной бесконечномерной системе (1). Однако, это практически невозможно из-за очень сложной, часто фрактальной структуры аттрактора. Это возможно сделать, если система обладает так называемым инерциальным многообразием - гладким конечномерным притягивающим множеством, включающим в себя аттрактор. В этом случае из доказательства существования

инерциального многообразия следует, что в принципе задача замыкания одних масштабов через другие может быть решена. Правда, здесь всегда следует помнить, что принципиальным является ответ, какие именно масштабы движения могут быть параметризованы, насколько они сравнимы, например, с молекулярными, поскольку именно на молекулярном уровне идет переход от конечномерных систем к бесконечномерным. Обратный переход имеет смысл только тогда, когда полученный масштаб будет много больше молекулярного.

Следующее предположение состоит в том, что динамика климатической системы происходит на ее аттракторе, т.е. у климатической системы было достаточно времени, чтобы притянуться к своему аттрактору. Что это за динамика? Конечно, для качественного анализа этой динамики проще всего обратиться к современным моделям климатической системы, которые в той или иной мере успешно описывают современный климат. Будем для простоты в дальнейшем оперировать только с моделями атмосферы.

Опыт краткосрочного и среднесрочного прогноза погоды говорит нам о том, что траектория атмосферы неустойчива в смысле Ляпунова, что какую бы малую ошибку в начальных данных мы не имели, всегда найдется время T , когда ошибка достигнет конечной величины. Отметим, что если мы предположим, что траектория находится на аттракторе системы, то "энергия" ошибки, конечно, будет ограничена "размером" аттрактора.

Оценки скорости расходимости траекторий были сделаны и на основе данных наблюдений. Следует отметить, что эта задача с практической точки зрения очень сложная, т.к. найти две близкие в фазовом пространстве точки очень сложно из-за того, что время возвращения траектории в окрестность исходной точки очень велико. (Существование такого времени следует из теоремы Пуанкаре [5, 6].)

Неустойчивые траектории, заключенные в ограниченный объем (аттрактор), порождают динамический хаос. Динамический хаос означает, что если мы выпустим из малой окрестности точки φ_0 пучок траекторий, то эти траектории разбегутся, но замкнутый объем не позволит им уйти в бесконечность, и они перепутаются очень сложным образом. Характерное время разбегания будет определяться положительными показателями Ляпунова, количество положительных показателей Ляпунова дает количество направлений, вдоль которых траектория неустойчива. Поскольку фазовый объем на аттракторе систематически не сжимается, а есть растягивающие этот объем направления, то должны быть и сжимающие направления, вдоль которых (в среднем!) объем должен сжиматься настолько, насколько он растягивается вдоль неустойчивых направлений. "В среднем" - означает то, что показатели Ляпунова - это характеристика асимптотическая. Можно ввести, конечно, понятие "локальных" показателей Ляпунова, характеризующих растяжение и сжатие на конкретном участке траектории, но мы это сейчас обсуждать не будем. Следуя вышеприведенным рассуждениям, число положительных показателей Ляпунова должно быть меньше размерности аттрактора. Отсюда следует, что если число положительных показателей Ляпунова велико, то велика и размерность аттрактора.

Вообще говоря, дальнейшее исследование этой проблемы требует определения понятия инвариантной меры. Таким образом, мы должны все дальше уходить в дебри теории динамических систем. Чтобы не увязнуть в этих дебрях, обратимся к целям математической теории климата. Какую все-таки задачу необходимо решить, опираясь на эту теорию? Ответ ясен - в идеале следует построить теорию чувствительности климатической системы к малым внешним воздействиям, которая давала бы конструктивный метод вычисления изменений климата под влиянием этих воздействий. Поскольку основным методом

исследования климатической системы является математическое (численное) моделирование, то казалось бы вопрос ясен - нужно для решения этой задачи использовать математические модели. Однако, возникает законный вопрос: что и с какой точностью должна воспроизводить климатическая модель, чтобы ее чувствительность к разнообразным малым внешним воздействиям была близка к чувствительности климатической системы?

Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо в явном виде построить оператор отклика модели на малые внешние воздействия. Такой оператор построить в принципе возможно, если аттрактор модели (как множество состояний) и мера на нем непрерывно зависят от внешнего воздействия. Однако, в общем случае доказать это практически невозможно, поэтому воспользуемся приемом, предложенным в [17], который можно назвать методом \mathcal{E} -регуляризации.

Суть его заключается в том, что в правую часть модели добавляется малый δ -коррелированный по времени случайный гауссов процесс. Включение его можно считать вполне обоснованным, поскольку мы никогда точно не знаем всех физических механизмов, ответственных за формирование источников энергии и ее диссипации. Такая простая процедура приводит к тому, что вероятностная мера становится гладкой, и можно выписать дифференциальное уравнение для изучения ее эволюции (так называемое уравнение Фоккера-Планка).

Итак, будем считать, что климатическая система описывается следующей конечномерной системой уравнений

$$\frac{du_i}{dt} = B_i(u) + \varepsilon_i(t),$$

$$u_i|_{t=t_0} = u_{i0}, \quad u \in R^N, \quad i = 1, \dots, N,$$

$$\langle \varepsilon_i(t) \cdot \varepsilon_j(t') \rangle = 2d_{ij}\delta(t - t'), \quad (2)$$

где $\langle \cdot \rangle$ - знак осреднения по ансамблю \mathcal{E} . Для простоты мы считаем, что уравнения (2) являются конечномерной аппроксимацией системы (1). Методы построения таких аппроксимаций будут рассмотрены ниже. Будем также считать, что $d_{ij} = d\delta_{ij}$, где δ_{ij} - символ Кронекера, так что ковариационная матрица процесса \mathcal{E} - скалярна. Тогда для плотности функции распределения ρ процесса u можно выписать уравнение Фоккера-Планка:

$$\frac{d\rho}{dt} + \text{div}B(u) \cdot \rho = d\Delta\rho. \quad (3)$$

Функция ρ должна удовлетворять условию неотрицательности: $\rho \geq 0$ и условию нормировки: $\int \rho du = 1$.

Таким образом, необходимо доказать существование стационарного решения уравнения (3) и его единственность на классе функций типа функций распределения, а также его асимптотическую устойчивость. Эти свойства стационарного решения системы (3) доказаны, если $u \in U$, где U - компактное многообразие без края [17]. В общем случае фазового пространства R^N проблема остается открытой.

Рассмотрим далее возмущенное уравнение

$$\frac{du_i^{(1)}}{dt} = B_i(u^{(i)}) + \varepsilon_i(t) + \delta f, \quad (4)$$

$$u_i^{(1)} \Big|_{t=t_0} = u_{i0}.$$

Пусть $\delta u = u^{(1)} - u$. Нашей задачей теперь будет нахождение связи между $\langle \delta u \rangle$ и δf . Такая связь может быть установлена при условии малости δf [12]. С точностью до членов второго порядка малости можно написать

$$\langle \delta u_i \rangle = \sum_j \int_0^t \langle u_i(t) \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial u_j}(t') \rangle dt' \delta f_j. \quad (5)$$

Это соотношение трансформируется к простому виду при условии, что динамика системы есть стационарный случайный процесс, а ρ - распределение Гаусса:

$$\langle \delta u(t) \rangle = \int_0^t C(\tau) \cdot C^{-1}(0) d\tau \cdot \delta f, \quad (6)$$

где $C(\tau)$ - ковариационная матрица со сдвигом τ :

$$C(\tau) \equiv \langle u(t + \tau) \cdot u^T(t) \rangle.$$

Соотношение (6) есть так называемое диссипационно-флуктуационное соотношение, которое было установлено ранее для регулярных систем [12]. Из (6) следует, что при сделанных выше предположениях можно в принципе вычислить оператор отклика реальной

нелинейной системы на малые внешние воздействия, если наблюдаемая траектория системы имеет достаточную длину.

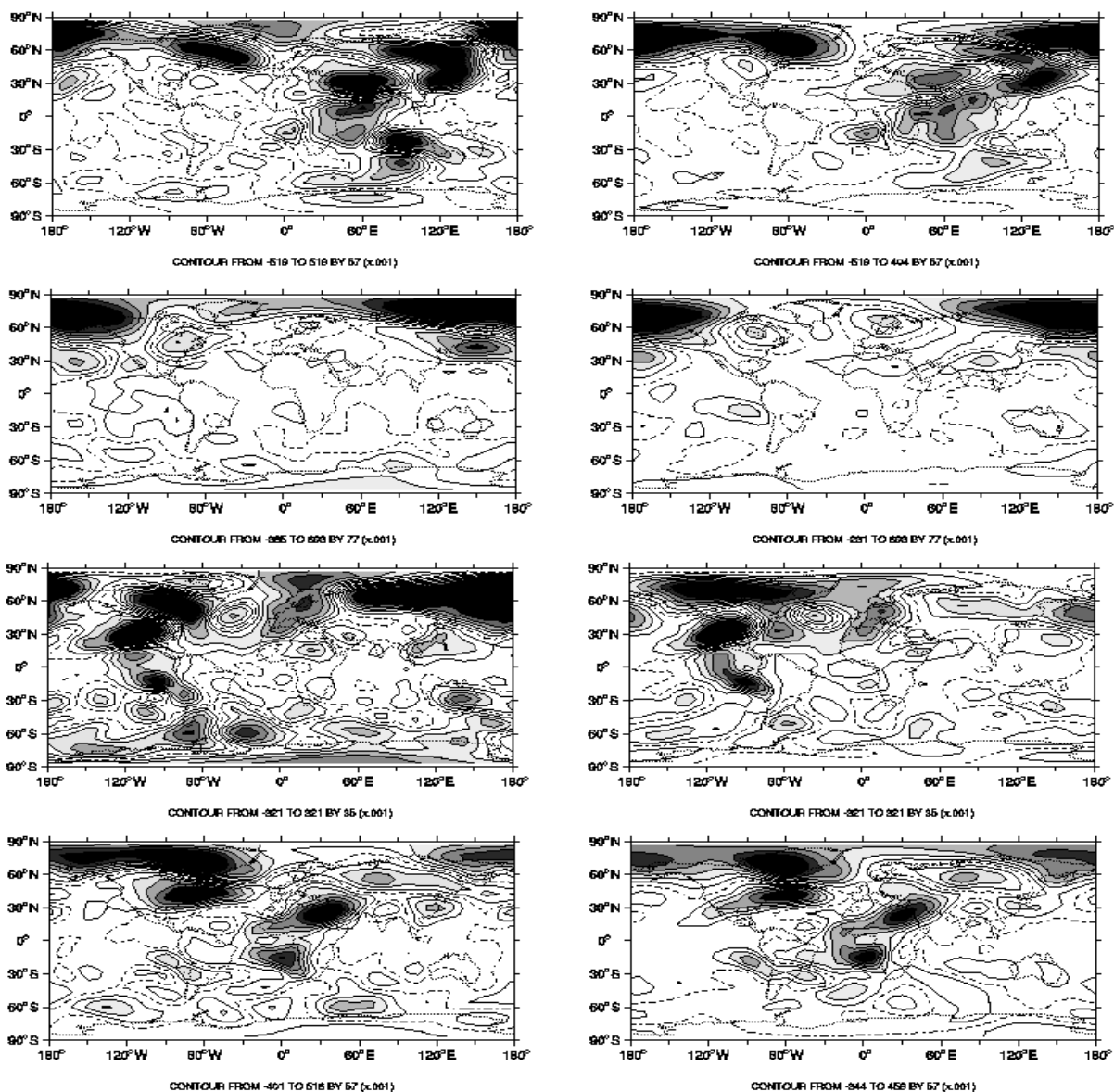


Рис. 1. Линейная часть отклика модели на протяженную по вертикали аномалию температуры на экваторе (слева) и отклик, полученный с помощью флуктуационно-диссипационных соотношений (справа).

В этом эксперименте использовалась модель [15] общей циркуляции NCAR (Национальный центр атмосферных исследований США). Оператор отклика рассчитывался по траектории длиной 2 миллиона дней. Прямые численные эксперименты по выделению отклика проводились на время примерно в 100 тысяч дней. Представленные на рис. 1 поля

показывают, что результаты вычислений с помощью оператора отклика и прямого моделирования очень близки друг к другу. Суммарные результаты примерно 300 экспериментов опубликованы в [10].

В заключение этого раздела подчеркнем, что важным результатом применимости диссипационно-флуктуационных соотношений на аттракторах климатических моделей является установление факта, что линейный оператор отклика определяется не только климатическими характеристиками аттрактора (см. определение климата) - оператор $C(0)$, но и динамикой на аттракторе - оператор $C(\tau)$. Это означает, что климатические модели для правильного воспроизведения отклика необходимо также идентифицировать и по близости порождаемой ею динамики к реально наблюдаемой динамике климатической системы.

4. Математические модели климатической системы

В данном разделе мы кратко обсудим, на каких основных положениях базируется построение современных климатических моделей. Современные модели климата - это модели, в основе которых лежит современная модель общей циркуляции атмосферы и океана, причем центральным направлением их развития является все более точное описание всех физических процессов, участвующих в формировании климата. Это направление кажется разумным поскольку, как показано в предыдущем разделе, для правильного описания отклика климатической модели (даже первого момента) на малые внешние воздействия нужно хорошо воспроизводить не только сам климат, но и динамику на аттракторе климатической системы (вероятность перехода из одного состояния климатической системы в другое).

В основу построения современных моделей климата положен ряд принципов. Принимается, что локально справедливы уравнения классической равновесной термодинамики. Предполагается далее, что для описания динамики атмосферы и океана справедливы уравнения Навье-Стокса для сжимаемой жидкости. Поскольку в современных моделях в силу, главным образом, вычислительных возможностей используются уравнения Рейнольдса - осредненные по некоторым пространственным и временным масштабам уравнения Навье-Стокса, то считается, что существует принципиальная возможность их замыкания. Процедура замыкания предполагает, что эффекты процессов подсеточных масштабов (масштабов меньших, чем масштаб осреднения) могут быть выражены через характеристики процессов крупных масштабов. К этим процессам относятся: 1) перенос излучения (коротковолновой и длинноволновой радиации), 2) фазовые переходы влаги и процесс локального осадкообразования, 3) конвекция, 4) пограничные и внутренние турбулентные слои (некоторые характеристики этих слоев описываются явно), 5) мелкомасштабная орография, 6) волновое сопротивление (взаимодействие мелкомасштабных гравитационных волн с основным потоком), 7) мелкомасштабная диссипация и диффузия, 8) мелкомасштабные процессы в деятельном слое суши. Наконец, для описания крупномасштабных атмосферных и океанических движений справедливо приближение гидростатики: вертикальный градиент давления уравнивается силой тяжести. Использование такого приближения требует дополнительных упрощений (постоянный радиус Земли, пренебрежение составляющими силы Кориолиса с вертикальной компонентой скорости) с тем, чтобы в системе уравнений при отсутствии внешних источников энергии и диссипации выполнялся закон сохранения энергии. Уравнения гидротермодинамики атмосферы и океана, замыкания процессов подсеточных масштабов и краевые условия подробно рассмотрены в [4].

Следуя идеям, изложенным в предыдущем параграфе, для системы уравнений в частных производных, описывающей модель климатической системы, необходимо доказать ряд утверждений.

I. Глобальная теорема разрешимости на любом, как угодно большом, промежутке времени t .

К сожалению, в сферической системе координат с "правильными" краевыми условиями такой теоремы в настоящее время нет, что не есть следствие отсутствия таких теорем для трехмерных уравнений Навье-Стокса. Уравнения современных климатических моделей имеют "2.5" - размерность, поскольку вместо полного третьего уравнения движения используется уравнение гидростатики.

II. Существование глобального аттрактора.

Это утверждение доказано в настоящее время для систем уравнений вида (1) из предыдущего раздела при условии, что S - строго положительно-определенный оператор:

$$(S\varphi, \varphi) \geq \mu(\varphi, \varphi), \quad \mu > 0.$$

Проблема заключается в том, что в общем случае этого написать нельзя, поскольку уравнение неразрывности для сжимаемой жидкости не диссипативно.

III. Размерность аттрактора.

Конструктивные оценки размерности аттракторов для моделей этого класса очень грубы. Они представляют собой оценки сверху, которые, вообще говоря, непригодны для теории, рассмотренной в предыдущем разделе.

5. Конечномерные аппроксимации

Совершенно очевидно, что получить аналитические решения при произвольных начальных данных сложных нелинейных уравнений гидротермодинамики атмосферы и океана практически невозможно, и потому ищутся их приближенные решения с помощью разного рода конечномерных аппроксимаций. Пусть в системе (1) раздела 3 при отсутствии диссипации и внешних и внутренних источников энергии существует квадратичный закон сохранения энергии (или закон, который с помощью некоторых нелинейных преобразований искомым функциям можно сделать квадратичным). Из анализа, проведенного в этом разделе, следует, что на аттракторе системы (1) должна в среднем происходить компенсация диссипации и источников энергии. Это означает, что конечномерные аппроксимации должны строиться таким образом, чтобы при отсутствии диссипации и источников энергии выполнялся бы квадратичный закон сохранения - аналог исходного закона. Этот закон сохранения автоматически приводит в данном случае к вычислительной устойчивости решения разностной задачи, если под устойчивостью понимается непрерывная зависимость нормы решения от нормы правой части и нормы начальных данных.

Вместе с тем, этого требования при построении разностных схем для климатических моделей недостаточно. Важно отметить, что в отличие от задач прогноза погоды, где необходимо воспроизвести решение задачи на конечном промежутке времени, в задачах климата требуется аппроксимировать аттрактор исходной модели как множество и меру на

нем или статистическое стационарное решение (см. раздел 3). Доказательство глобальной разрешимости конечномерных моделей климата и существования для них глобального аттрактора не вызывает особых затруднений [5, 6]. Проблема же состоит в доказательстве сходимости аттракторов конечномерных аппроксимаций к аттрактору исходной модели при стремлении параметров аппроксимации к нулю. Сложность здесь заключается еще и в выборе метрики, в которой исследуется сходимость. Конструктивные оценки упомянутой выше сходимости в "полезных" (хаусдорфовых) метриках в настоящее время отсутствуют, что представляет собой важную и интересную проблему вычислительной математики. Поскольку теорем сходимости нет, то при моделировании климатической системы используется подход, связанный с аппроксимацией наиболее значимых физических процессов, участвующих в формировании климата. В качестве примеров таких процессов приведем следующие.

Так как атмосфера и океан квазидвумерны, то каскад энергии по спектру в этих средах определяется законами двумерной жидкости. Известно, что в идеальной несжимаемой двумерной жидкости имеется два квадратичных инварианта - энергия и энстрофия, причем распределение энергии в инерционном интервале по существу определяется каскадом энстрофии в сторону высоких волновых чисел. Чтобы выполнить это условие, необходимо строить конечномерные аналоги таким образом, чтобы в двумерной асимптотике также существовали конечномерные аналоги энергии и энстрофии, которые были бы инвариантами при отсутствии диссипации и источников.

Следует, однако, отметить, что измерения, проведенные в последние десятилетия [8, 14], показали, что атмосфера имеет принципиальные особенности, отличающие ее от поведения квазидвумерной жидкости. Подкачка энергии в атмосфере идет на синоптических масштабах вследствие реализации бароклинной неустойчивости. На масштабах, больших синоптических, инерционный интервал отсутствует и распределение энергии по спектру на этих масштабах определяется относительным соотношением между характерным временем диссипации энергии в пограничном слое и характерным временем нелинейных взаимодействий. Напомним, что инерционный интервал – это интервал масштабов, где диссипация и подкачка энергии практически отсутствуют и основным процессом является передача энергии по спектру. На масштабах, меньших синоптических, инерционный интервал существует и там, согласно теории двумерной турбулентности, распределение энергии имеет вид : k^{-3} (k - пространственное волновое число). Однако, начиная с масштаба примерно 800 км, распределение энергии имеет вид $k^{-5/3}$ как в трехмерной турбулентности Колмогорова, хотя на этих масштабах атмосфера, очевидно, квазидвумерна. Этот парадокс объясняется в настоящее время или супердиссипацией на фронтах [16], или обрушением гравитационных волн в стратосфере [11].

Далее, закон сохранения момента количества движения относительно оси вращения Земли по существу определяет распределение скорости ветра у поверхности Земли (наличие пассатов). Важным также является закон сохранения энтропии в адиабатическом приближении. Кроме того, следует отметить конкретные физические явления типа циклогенеза, правильное воспроизведение которого требует хорошей аппроксимации по спектру некоторых линейных операторов (по собственным и сингулярным числам), 30-60-дневных колебаний в тропиках, распространения квазистационарных волн и многих других процессов, ответственных за климатические характеристики. Особое значение имеет решение уравнений переноса малых примесей, имеющих большие пространственные градиенты, что накладывает очень сильное требование на условие монотонности разностных схем.

В заключение коснемся еще одной современной проблемы вычислительной математики - проблемы отображения вычислительных алгоритмов на архитектуру ЭВМ. Хорошо известно, что современное развитие вычислительной техники и вычислительных алгоритмов связано с параллельными вычислениями. Современные оценки вычислительных алгоритмов могут существенно отличаться от устоявшихся оценок, связанных с оценками последовательных вычислений. Часто исследователь, работающий на массивных параллельно-вычислительных системах, вынужден выбирать алгоритм, может быть не самый изящный и эффективный для последовательных вычислений, но легко распараллеливаемый. Поскольку в процессе решения климатических задач количество арифметических операций огромно, а также принимая во внимание важность этих проблем, кажется целесообразным конструировать вычислительные системы, непосредственно ориентированные на решение этих задач.

6. Воспроизведение современного климата

Построенный в разделе 3 линейный оператор отклика:

$$\langle \delta u \rangle = \int_0^{\infty} C(\tau) \cdot C^{-1}(0) d\tau \cdot \delta f$$

на малые внешние воздействия δf не зависит явно от среднего значения вектора u на аттракторе модели. Неявная зависимость существует и следует, например, из линейной теории низкочастотной изменчивости. В рамках этой теории можно построить линейное уравнение

$$\frac{d\phi'}{dt} + A\phi' = f',$$

где оператор A можно рассматривать как оператор рассматриваемой задачи, линеаризованный относительно среднего состояния с использованием соответствующей процедуры замыкания нелинейных членов, а f' есть δ -коррелированный по времени гауссов процесс. Ковариационная матрица для этого уравнения будет иметь вид:

$$C(\tau) = e^{A\tau} \cdot C(0), \quad \tau > 0,$$

так что

$$C(\tau) \cdot C^{-1}(0) = e^{-A\tau}$$

и, следовательно, низкочастотные флуктуации поля ϕ' полностью определяются средним состоянием (если, конечно, процедура замыкания имеет место). Таким образом, даже в рамках проблемы исследования отклика климатической системы на малые возмущения

необходимо воспроизвести не только внутреннюю изменчивость климата, но и среднее состояние.

Этой проблеме посвящена очень интересная международная программа АМИП - программа сравнения атмосферных моделей, результатом которой было выявление многих ключевых механизмов, ответственных за формирование климата. В то же время эту программу можно рассматривать как программу исследования чувствительности "идеальной" модели атмосферы к уровню описания различных физических процессов. В частности, при моделировании глобального климата требуется воспроизвести широкий спектр его характеристик: сезонные и месячные средние, внутрисезонную изменчивость (муссонный цикл, параметры шторм-треков и т.п.), климатическую изменчивость (ее доминирующие моды, такие как явление Эль-Ниньо или Арктическое колебание) и др. К числу основных задач моделирования регионального климата следует отнести воспроизведение с высокой степенью детализации его характеристик, исследование особенностей гидрологического цикла, оценка возможности экстремальных явлений, исследование последствий региональных климатических изменений для окружающей среды и социо-экономических отношений. Важным выходом этой программы явилось решение следующих задач: 1) описание современного климата (1979-1999 гг.), 2) исследование природы муссонной циркуляции, 3) изучение отклика атмосферной циркуляции на явление Эль-Ниньо, 4) исследование роли процессов в почве в формировании динамики атмосферы, 5) изучение проблемы взаимодействия радиации и облачности, связанной с суперпоглощением в облаках и др. Среди других интересных задач можно отметить моделирование стратосферы и мезосферы, отрицательного тренда температуры вблизи мезопаузы в последние три декады и роли в этом процессе увеличения концентрации углекислого газа и уменьшения концентрации озона в стратосфере. Очень важной представляется проблема воспроизведения статистики Эль-Ниньо с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана. С теоретической точки зрения эту систему можно рассматривать как тропический осциллятор со стохастическим внешним воздействием (или с внешним воздействием, зависящим от времени).

Последнее сравнение моделей общей циркуляции атмосферы, проведенное в рамках международного проекта АМIP II, показало, что наиболее совершенные из них на настоящий момент способны воспроизводить основные черты наблюдаемой атмосферной циркуляции с хорошей точностью. Ошибка воспроизведения такими моделями многих климатических величин уже не намного превосходит по величине неопределенность, с которой эта величина известна из наблюдений. Вместе с тем, существуют и систематические ошибки в воспроизведении климата, присущие практически всем моделям. Наиболее полный анализ воспроизведения климата моделями, участвующими в АМIP II, можно найти в интернете по адресу: <http://www-pcmdi.llnl.gov/amip>.

Качество современных моделей общей циркуляции атмосферы может быть проиллюстрировано тем, как воспроизводит некоторые черты атмосферной циркуляции модель Института вычислительной математики РАН [4]. С этой целью рассмотрим некоторые результаты численного эксперимента с этой моделью, проведенного в рамках сценария АМIP II. Модель (с разрешением $5^\circ \times 4^\circ$ по долготе и широте и 21 уровень по вертикали) была проинтегрирована на 17 лет, причем в качестве граничных условий на поверхности Земли задавался наблюдавшийся в течение 1979-1995 г.г. временной ход температуры поверхности океана и границ морского льда. Температура поверхности суши при этом рассчитывалась в соответствии с уравнением ее теплового баланса.

На рис. 2 приведены географические распределения давления на уровне моря в зимний сезон (декабрь-февраль), построенные по данным реанализа NCEP, результатам моделирования, а также для их разности. Как видно из рисунка, все основные "центры действия" хорошо воспроизводятся моделью, включая их положение и величину давления в них. Тем не менее, величина ошибки воспроизведения давления достигает в некоторых районах 4-6 гПа.

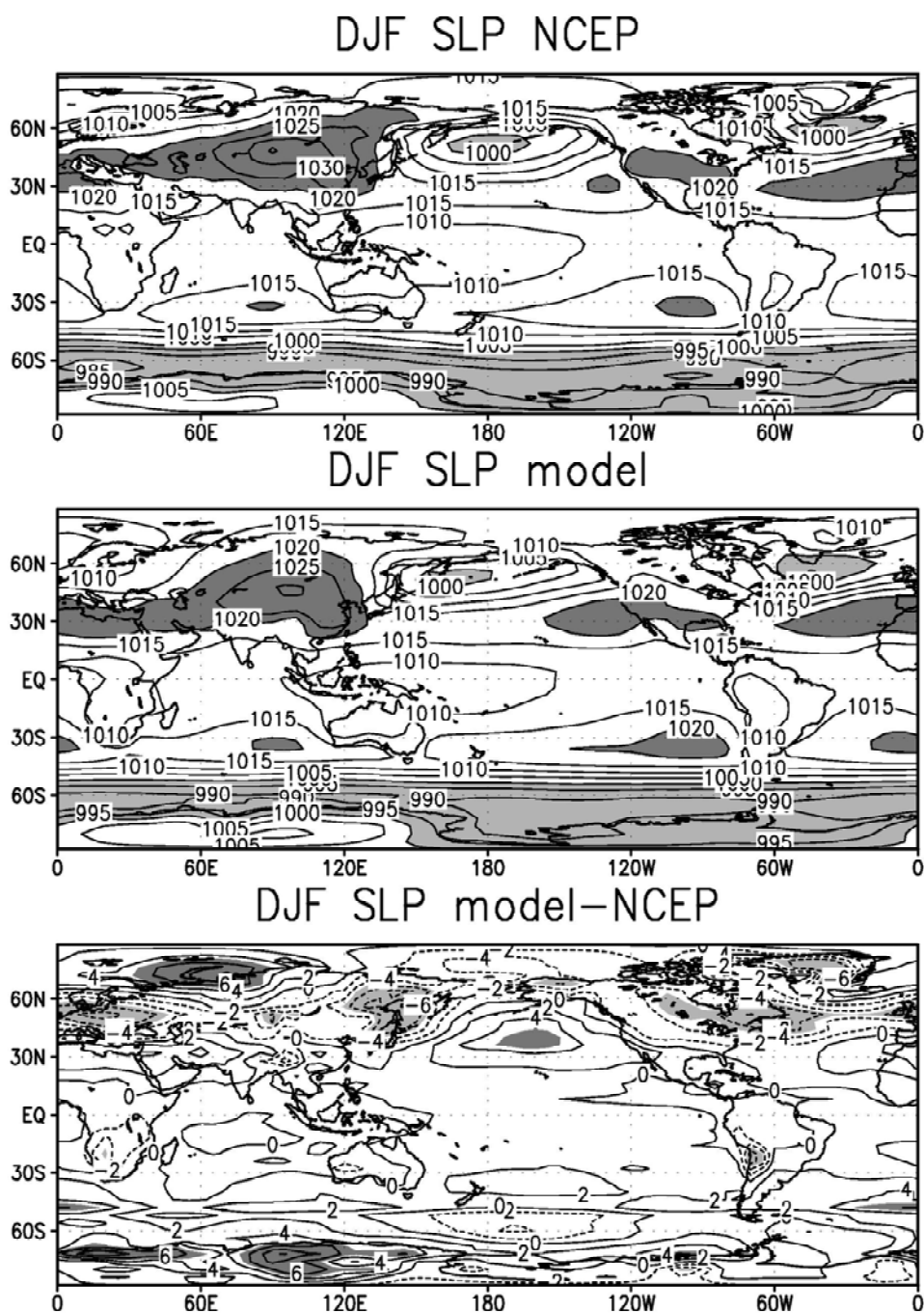


Рис. 2. Давление зимой на уровне моря (гПа): данные NCEP и модели, а также их разность

Среднегодовая ошибка воспроизведения зонально осредненной температуры и зональной скорости ветра представлена на рис. 3. Как и в большинстве современных моделей, в модели ИВМ РАН происходит занижение температуры вблизи тропопаузы в высоких широтах на 5-10 градусов. Причина такого поведения моделей на настоящий момент не ясна и нуждается в исследовании. В тропосфере величина ошибки воспроизведения температуры значительно меньше. В нижней тропосфере над Арктикой и Антарктикой температура завышена на 2-3

градуса, а в умеренных широтах южного полушария во всей тропосфере, а также в тропиках в верхней тропосфере занижена на 1-2 градуса. В соответствии с ошибками воспроизведения температуры, скорость западного ветра в нижней стратосфере в умеренных широтах завышена на 5-10 м/с, а скорость восточного ветра в тропиках в нижней стратосфере завышена на 4-8 м/с. Эти ошибки также характерны почти для всех современных моделей. В тропосфере величина ошибки скорости зонального ветра почти всюду не превосходит 2 м/с.

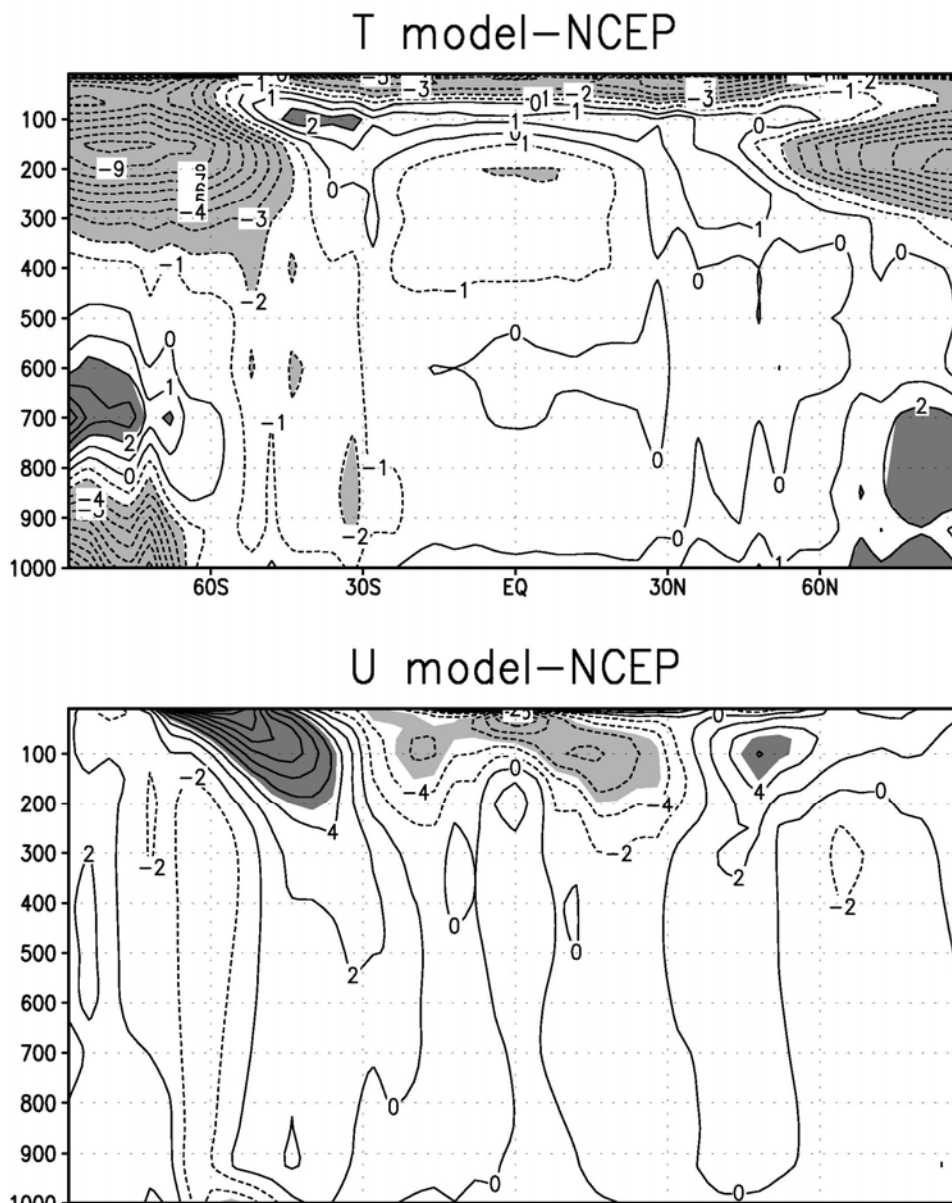


Рис. 3. Зонально осредненная среднегодовая ошибка температуры, К (вверху) и скорости зонального ветра, м/с (внизу) в модели по сравнению с данными NCEP.

Величину низкочастотной изменчивости атмосферной циркуляции в модели представляет рис. 4, на котором изображено среднеквадратичное отклонение среднемесячного давления от климатического годового хода для зимы, построенное по данным NCEP за 51 год и по результатам модели за 17 лет. Моделью хорошо воспроизводятся максимумы изменчивости в зимнем полушарии на севере Тихого океана и Атлантики. Среднеквадратичное отклонение давления там, а также в целом по северному полушарию, в модели примерно на 10 % больше, чем по данным NCEP. В летнем полушарии, наоборот, изменчивость в модели занижена на 10-20 %, что обусловлено недостаточным разрешением синоптических вихрей, которые в летнем полушарии более мелкомасштабны, чем в зимнем, и под воздействием

которых в значительной степени формируется низкочастотная изменчивость. Анализ воспроизведения климата с помощью атмосферной модели более высокого разрешения по горизонтали ($2.5^\circ \times 2^\circ$ по долготе и широте) показывает, что в летнем полушарии амплитуда высокочастотной и низкочастотной изменчивости становится близкой к наблюдаемой. Однако, величина систематических ошибок воспроизведения среднего состояния климата, а также изменчивости в зимнем полушарии при увеличении пространственного разрешения, вообще говоря, не уменьшается. Это говорит о необходимости более точной настройки параметризаций модели, или о необходимости введения еще не учтенных физических механизмов. Мировой опыт моделирования также в основном подтверждает, что величина систематических ошибок воспроизведения среднеклиматического состояния атмосферы не слишком сильно зависит от пространственного разрешения используемой модели.

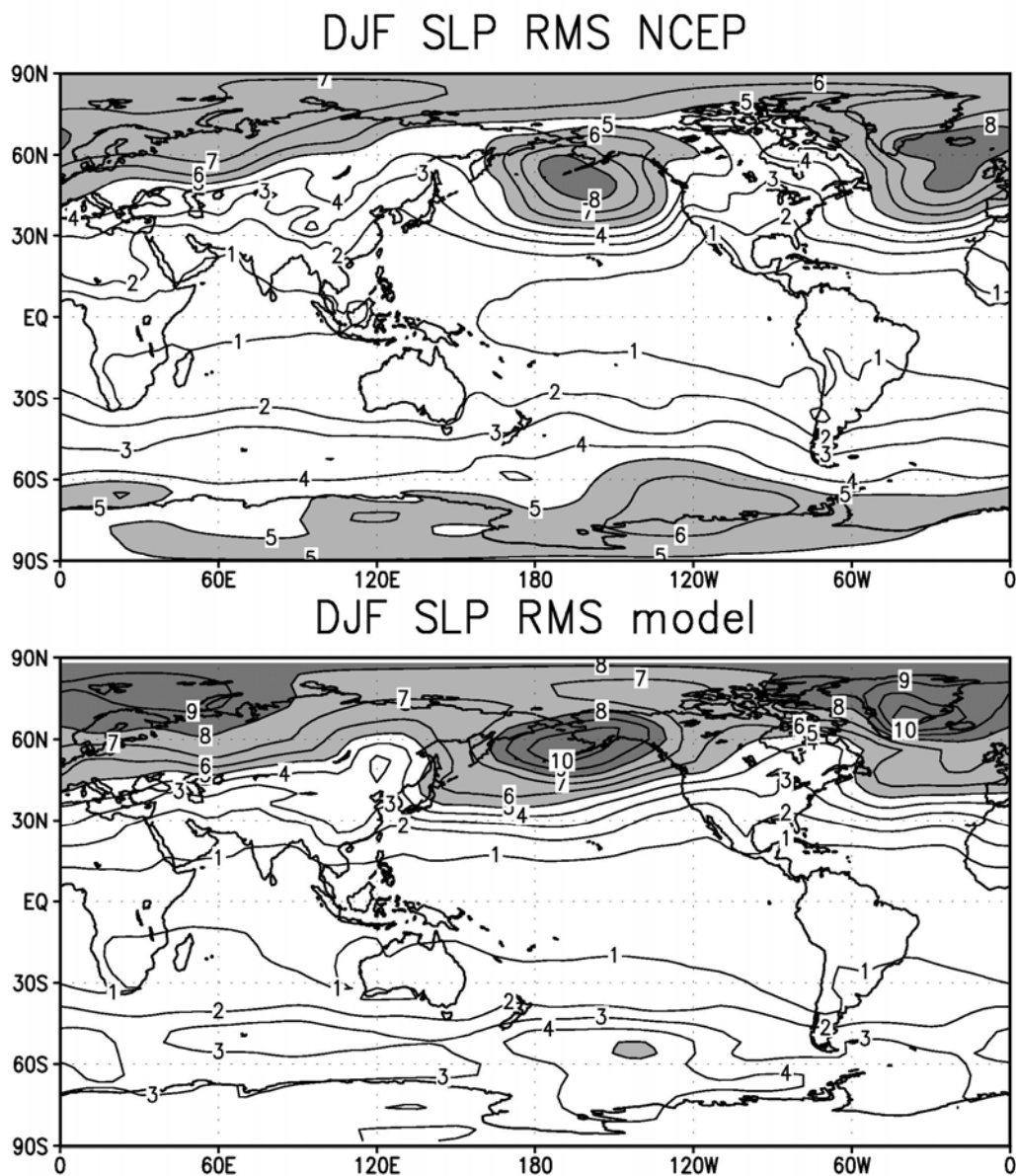


Рис. 4. Среднеквадратичное отклонение среднезимнего давления (гПа) по данным NCEP (вверху) и модели (внизу).

В результате выполнения программы АМІР были выявлены многие ключевые механизмы, ответственные за формирование климата. Развитием этого проекта явилась программа сравнения совместных моделей общей циркуляции атмосферы и океана СМІР. В ходе выполнения данной программы основное внимание было обращено на воспроизведение поверхностной температуры и распределения морских льдов, поскольку в экспериментах АМІР эти характеристики считались заданными внешними параметрами. Ниже представлены результаты 80-летнего численного эксперимента по воспроизведению современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана ИВМ РАН.

Среднегодовая ошибка воспроизведения температуры поверхности океана, рассчитанная как осредненная за 80 лет разность между результатами совместной модели и данными наблюдений [13], представлена на рис. 5. Как видно из этого рисунка, температура несколько занижена (на 1 - 3 градуса) в приэкваториальном Тихом океане вследствие завышенной интенсивности апвеллинга, что характерно практически для всех современных моделей. На 2 - 6 градусов имеет место завышение температуры на северо-западе Атлантики, а также вблизи Японии, что связано с ошибками воспроизведения местоположения теплых течений Куроисио и Северо-Атлантического. В умеренных широтах южного полушария завышение температуры обусловлено, по всей видимости, недостаточно хорошим воспроизведением компонент радиационного баланса на поверхности. В целом, интегральная температура поверхности в модели (с учетом суши и морского льда) составляет 14.7°C , что близко к оценке 15°C по данным наблюдений.

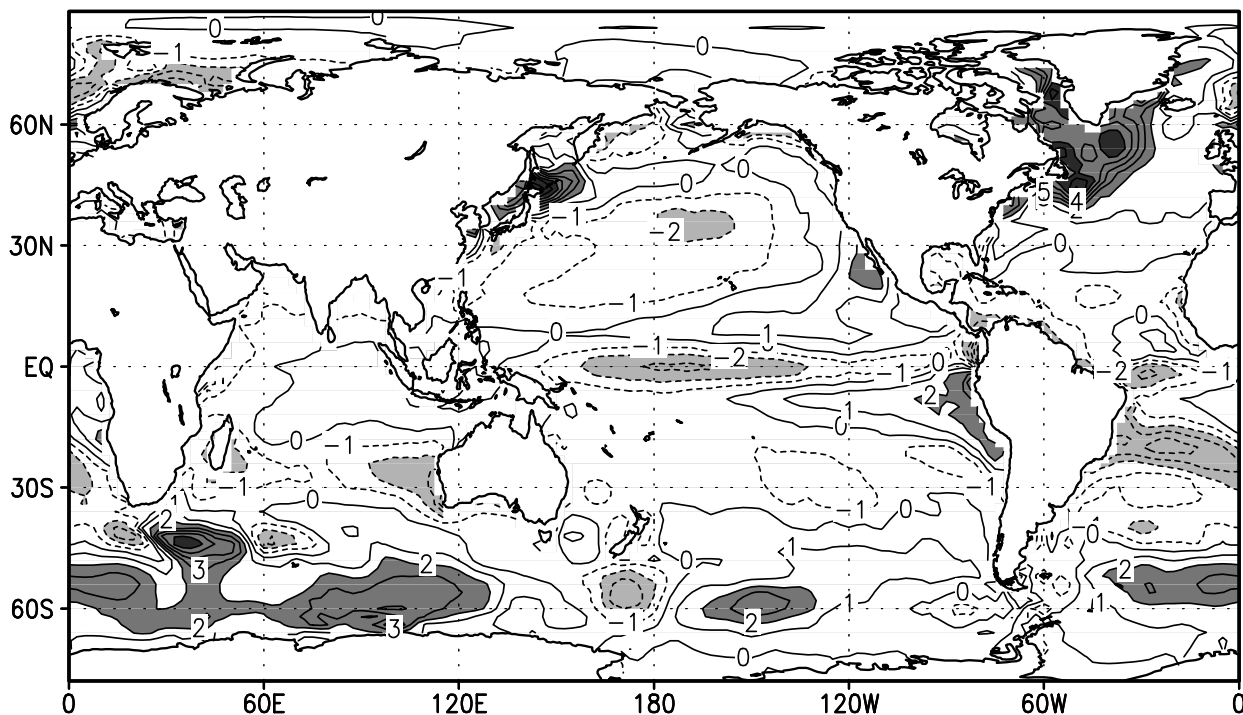


Рис. 5. Среднегодовая ошибка воспроизведения температуры поверхности океана. Изолинии проведены через 1°C .

На рис. 6 представлены распределения в Северном полушарии концентрации морского льда в марте, когда количество льда максимально, и сентябре, когда количество льда минимально. Для сравнения приведены соответствующие данные, использованные в экспериментах АМІР II и осредненные за 1979 - 1995 г.г. В марте в модели площадь льда на 10-15 % меньше

наблюдаемой за счет того, что не образуется лед у восточного побережья Гренландии, а также между Гренландией и Канадой. В то же время, Баренцево море замерзает по данным модели несколько сильнее, чем по данным наблюдений. Все это связано, по-видимому, с недостатками воспроизведения циркуляции океана в высоких широтах. В сентябре количество льда в Северном Ледовитом океане в модели на 20-30 % меньше, чем по данным наблюдений. Излишне интенсивное таяние льда происходит около Аляски и Восточной Сибири, что объясняется завышением температуры поверхности на севере Сибири и Аляски вследствие недостаточно точного описания баланса тепла на поверхности.

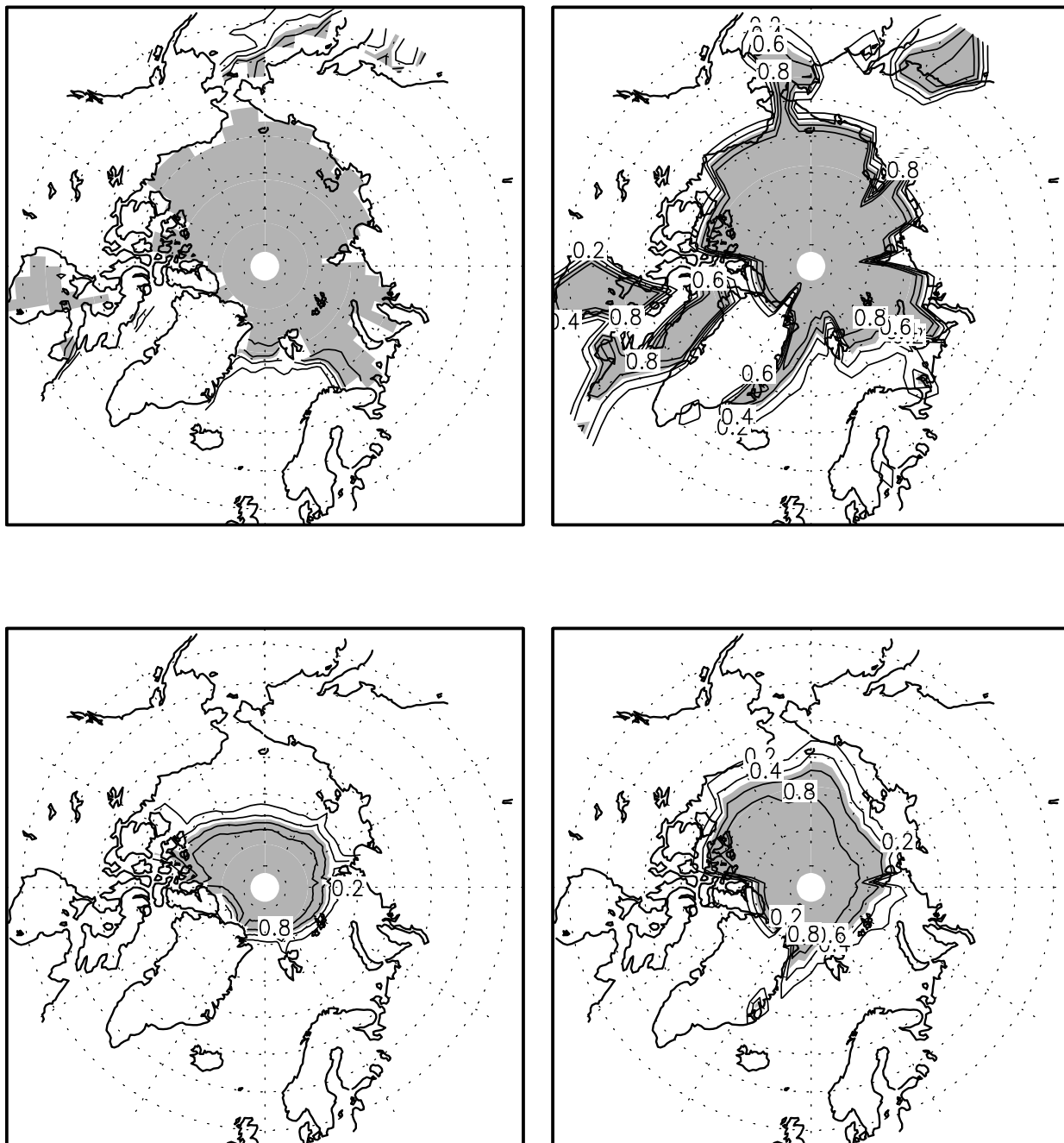


Рис. 6. Средняя сплоченность морского льда в Северном полушарии в марте (вверху) и сентябре (внизу) по результатам модели (слева) и данным наблюдений (справа). Изолинии проведены через 0.2. Закрашены области со сплоченностью льда более 0.5.

Географическое распределение сплоченности льда в Южном полушарии приведено на рис. 7. Здесь перенос тепла океанскими течениями не играет такой определяющей роли в

формировании льда, как в северном полушарии. Модель, в основном, верно воспроизводит границу морского льда как в марте, так и в сентябре. Занижение площади льда на 10-20 % обусловлено, по-видимому, завышением модельной температуры вследствие завышения приходящей к поверхности океана солнечной радиации.

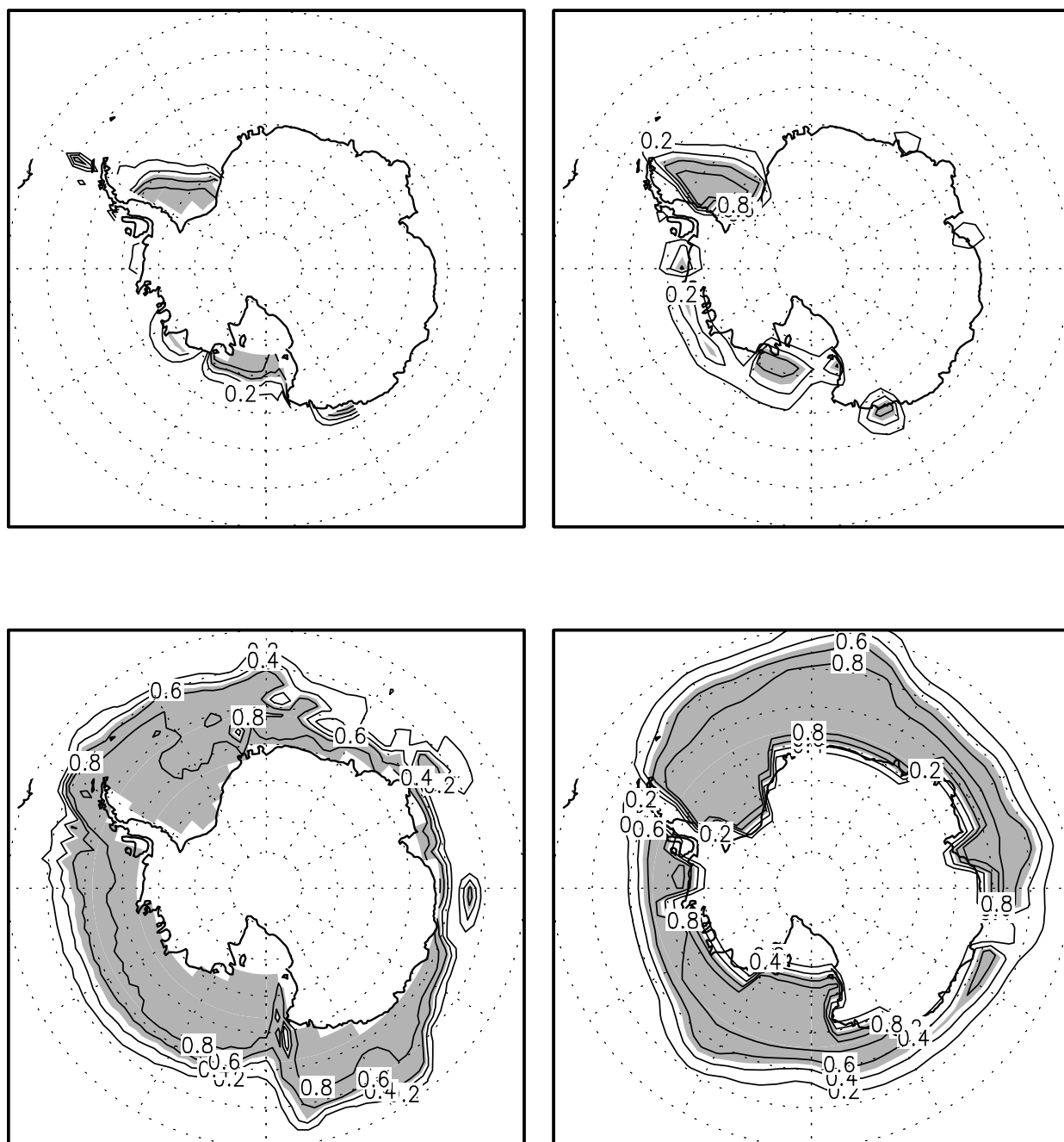


Рис. 7. Средняя сплоченность морского льда в Южном полушарии в марте (вверху) и сентябре (внизу) по результатам модели (слева) и данным наблюдений (справа). Изолинии проведены через 0.2. Закрашены области со сплоченностью льда более 0.5.

7. Чувствительность климатической системы к изменению содержания парниковых газов

Диагностические исследования поверхностной температуры воздуха показывают, что: а) за последние 30 лет произошли заметные изменения среднедекадной (поверхностной)

температуры воздуха - произошло ее повышение; б) максимальные изменения температуры произошли зимой в Сибири и на северо-западе Канады; в) летние изменения температуры существенно меньше; г) поверхностная температура Северной Атлантики не только не повысилась, а даже понизилась. Возникает вопрос: в чем причина этих изменений? Являются ли эти изменения следствием собственных колебаний параметров климатической системы, или это есть следствие антропогенных воздействий, связанных с увеличением, например, концентрации углекислого газа и сульфатных компонентов в атмосфере? При анализе отклика климатической системы на такого рода возмущения целесообразно использовать понятия "динамический" отклик и отклик "радиационный".

В работе [1] изучался отклик на заданное увеличение атмосферной концентрации углекислого газа с помощью сравнения двух, проведенных на 80 лет, расчетов по сценарию, предложенному в проекте СМIP2 (см. <http://www-pcmdi.llnl.gov/projects/cmip/index.php>). В первом (контрольном) эксперименте концентрация CO_2 в атмосфере была задана неизменной и равной наблюдавшейся в конце XX столетия. Во втором эксперименте концентрация CO_2 увеличивалась на 1% в год. Показано, что в суммарном отклике системы на изменение атмосферной концентрации углекислого газа главную роль играет радиационный отклик. Это проявляется в том, что чувствительность климатической модели к увеличению содержания атмосферного CO_2 определяется, в первую очередь, количеством тепла, расходуемым на прогрев океана, а также тем, насколько меняется радиационный баланс Земли в результате изменения облачности при изменении климата. Вместе с тем, как показано в разделе 3, где изложены основные положения теории чувствительности климатической системы по отношению к малым внешним воздействиям, необходимо также адекватно воспроизвести и динамический отклик, главной компонентой которого является Арктическая осцилляция.

В данном разделе мы рассмотрим некоторые из результатов работы [2], которая посвящена численным экспериментам с климатической моделью Института вычислительной математики РАН по воспроизведению изменений климата XX века и оценке возможных изменений климата в XXI – XXII веках согласно трем сценариям изменения содержания парниковых и других газов [7], а также результаты экспериментов с удвоением и учетверением содержания CO_2 . Этот вариант модели реализован на 16-процессорном кластере Intel Itanium и на 8 процессорах расчет на 10 модельных лет занимает 1 сутки. В России подобные эксперименты проведены впервые. Остановимся на следующих из обсуждаемых в [2] экспериментах.

1. *Эксперимент по воспроизведению климата XX века.* В ходе этого эксперимента задавался реальный временной ход изменения концентрации в атмосфере углекислого газа (CO_2), метана (CH_4) и закиси азота (N_2O) – основных парниковых газов, связанных с антропогенной деятельностью. Предполагалось, что эти газы хорошо перемешаны, а их концентрация не зависит от пространственных координат. Кроме того, были заданы наблюдавшиеся изменения во времени долготно-широтного содержания сульфатного аэрозоля, меридионального распределения оптической толщины вулканического аэрозоля, а также солнечной постоянной. Все эти данные доступны из Интернета (http://www-pcmdi.llnl.gov/ipcc.climate_forcing.php). Продолжительность данного эксперимента составляла 130 лет (1871 г. – 2000 г.). Был также проведен контрольный эксперимент, в котором содержание всех атмосферных составляющих не менялось во времени и соответствовало условиям 1871 г.

2. *Эксперименты по моделированию климата XXI – XXII веков.* Содержание углекислого газа, метана, закиси азота и сульфатного аэрозоля в XXI веке соответствовало сценариям A1B, A2 и B1, предложенным в [7]. Солнечная постоянная и содержание вулканических аэрозолей

были заданы постоянными, наблюдавшимися в 2000 г. В течение XXI века содержание всех газовых составляющих соответствовало 2100 году. Продолжительность каждого из этих экспериментов составляла 200 лет.

Временной ход всех использовавшихся внешних воздействий, а также содержание углекислого газа, метана, закиси азота и сульфатного аэрозоля в XXI веке по различным сценариям, изображены на рис. 8.

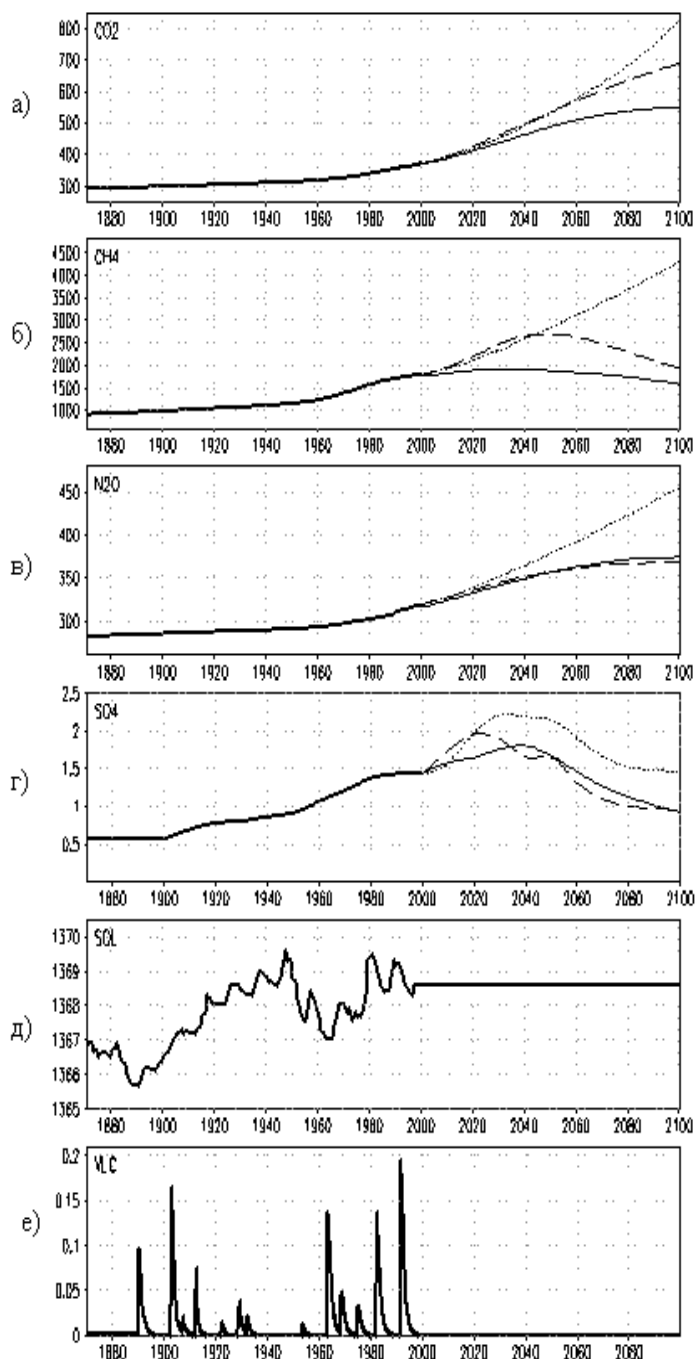


Рис. 8. Изменения содержания (а) углекислого газа (частей на миллион), (б) метана (частей на миллиард), (в) закиси азота (частей на миллиард), (г) интегрального сульфатного аэрозоля (mg/m^2), (д) солнечной постоянной (W/m^2) и (е) интегральной оптической толщины вулканического аэрозоля (безразм.) в эксперименте для XX века (жирная сплошная линия) и в экспериментах по сценариям B1 (тонкая сплошная линия), A1B (штриховая линия) и A2 (пунктирная линия).

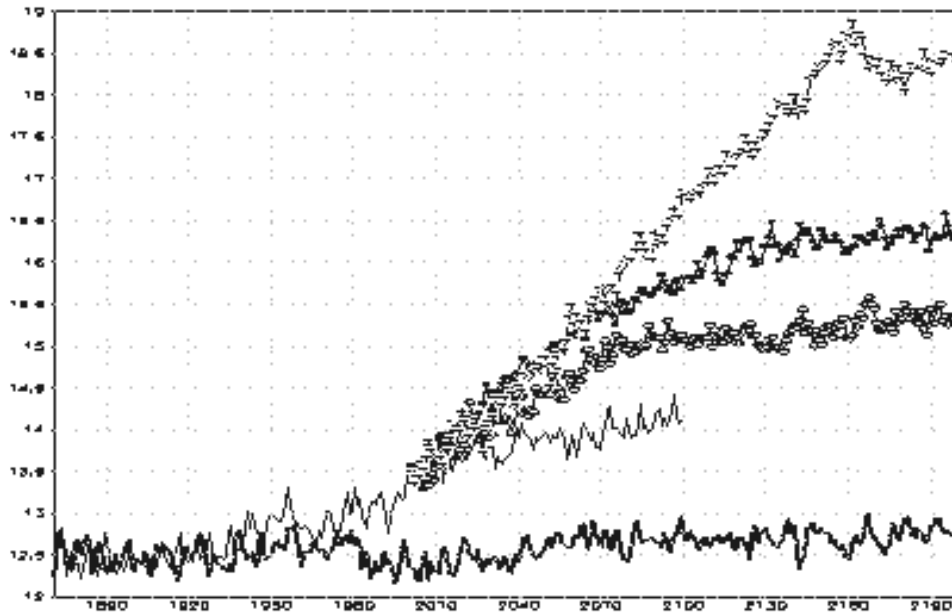


Рис. 9. Изменение интегральной температуры приземного воздуха, $^{\circ}\text{C}$ в контрольном эксперименте (пунктирная жирная линия), эксперименте для XX века (сплошная тонкая линия) и в экспериментах V1 (открытые кружки), A1B (черные кружки) и A2 (крестики). Сплошной жирной линией показано наблюдаемое изменение температуры.

На рис. 9 представлен временной ход глобально осредненной температуры воздуха у поверхности в контрольном эксперименте, а также в экспериментах, моделирующих климат 20-22 столетий. В эксперименте, моделирующем климат XX века, уже к середине века заметно потепление по сравнению с контрольным экспериментом. К концу века повышение температуры достигает 0.7 - 0.8 градуса, что близко к наблюдаемому потеплению, которое составляет около 0.6 - 0.7 градуса. В данных контрольного эксперимента отсутствует такой временной интервал, в течение которого потепление было бы столь же существенно. Это означает, что наблюдающееся в XX веке потепление, вероятнее всего, обусловлено не внутренней изменчивостью системы атмосфера - океан, а внешними по отношению к ней воздействиями. Аналогичный вывод делается и по результатам других моделей, чьи результаты использованы в [7]. Согласно модельным результатам, в течение XXI века даже при фиксировании всех воздействий на уровне 2000 г. за счет термической инерции океана ожидается потепление примерно на 0.6 К. Повышение температуры в экспериментах V1, A1B и A2 более заметно и достигает к концу XXII века по данным модели соответственно 2, 3 и 5 К по сравнению с 2000 г.

Если сравнить временной ход разности между глобально осредненной температурой в эксперименте по воспроизведению климата XX века и в контрольном эксперименте с оценкой изменения температуры в 1871-2000 гг. по данным наблюдений (рис. 10), то нетрудно убедиться, что модель хорошо воспроизводит такие особенности, как потепление в 1940-1950 гг., а также замедление потепления в 1960-1970 гг. Возможно, что причина этих особенностей обусловлена наличием максимума солнечной постоянной и минимума вулканических аэрозолей в 1940-1950 гг., а также минимума солнечной активности и максимума вулканических аэрозолей в 1960-1970 гг. (рис. 8). Вместе с тем, нельзя и исключить, что как следует из хода температуры в контрольном эксперименте (рис. 9), эти особенности могут быть связаны с естественной изменчивостью в климатической системе.

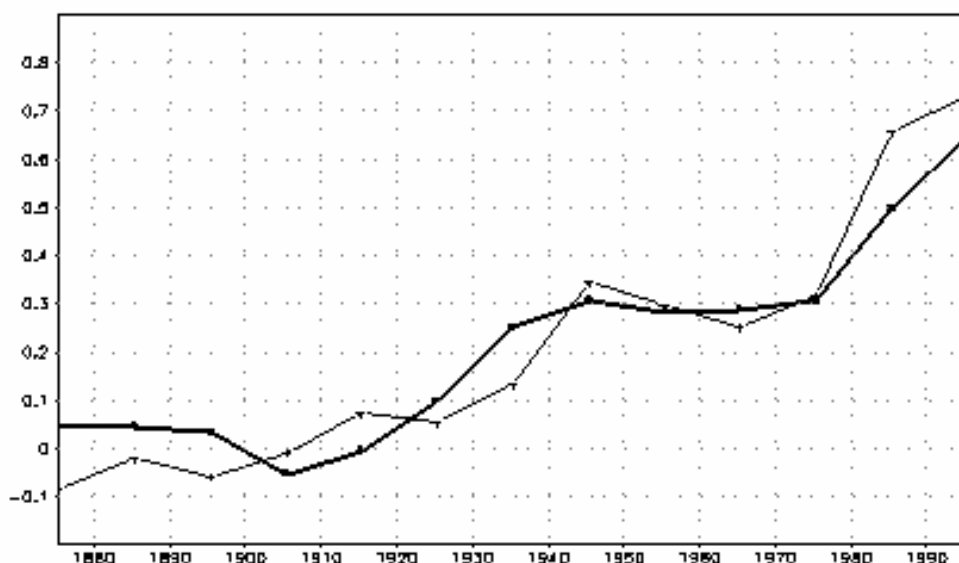


Рис. 10. Изменения глобально осредненной приземной температуры воздуха в 1871-2000 гг. по данным наблюдений (жирная линия) и разность, построенная по результатам воспроизведения климата XX века и контрольного эксперимента (тонкая линия). Данные осреднены за десятилетия.

Изменение температуры при глобальном потеплении неоднородно по поверхности. Как показано в [2], потепление максимально в Арктике и достигает там 10 К. На территории России повышение температуры составляет 5-7 К. На остальной части континентов температура повышается на 3-5 градусов. Слабее всего потепление выражено над тропическими океанами и Южным океаном (2-3 К). Такое распределение потепления по земному шару характерно для большинства моделей и близко к результатам, полученным осреднением данных всех моделей, участвовавших в программе СМIP. Рассчитанное изменение осадков при потеплении в модели ИВМ также типично для большинства моделей. Осадки возрастают в умеренных и высоких широтах обоих полушарий на 20-40 %, а также над тропиками Тихого океана. На большей части субтропиков и над тропиками Атлантики осадки уменьшаются.

Максимум потепления в Арктике обусловлен значительным таянием морского льда в конце летнего сезона. На рис. 11 изображена площадь морского льда в северном полушарии в марте и сентябре для контрольного эксперимента и экспериментов по воспроизведению климата XX века, В1, А1В и А2. В марте площадь льда в контрольном эксперименте остается почти постоянной, происходят лишь высокочастотные колебания, и отмечается небольшой отрицательный тренд. В экспериментах В1, А1В и А2 происходит уменьшение площади льда в марте. К концу XXII века уменьшение достигает соответственно 20, 30 и 50 %. В сентябре изменения площади морского льда выражены еще ярче. Уже к концу XX века площадь льда уменьшается на 20-25 % по сравнению с контрольным экспериментом. В XXII веке по результатам эксперимента А2 льда в Арктике нет совсем, в эксперименте А1В он остается к сентябрю только в некоторые годы, а в эксперименте В1 лед хотя и присутствует, но его площадь составляет всего 10-20 % от площади в контрольном эксперименте. Следует заметить, что согласно данным наблюдений, в конце XX века в июле-сентябре площадь арктического морского льда оказалась на 20-25 % меньше, чем в середине столетия, в то

время как в январе-марте за последние полвека эта характеристика практически не изменилась, что соответствует модельным результатам, приведенным на рис. 11.

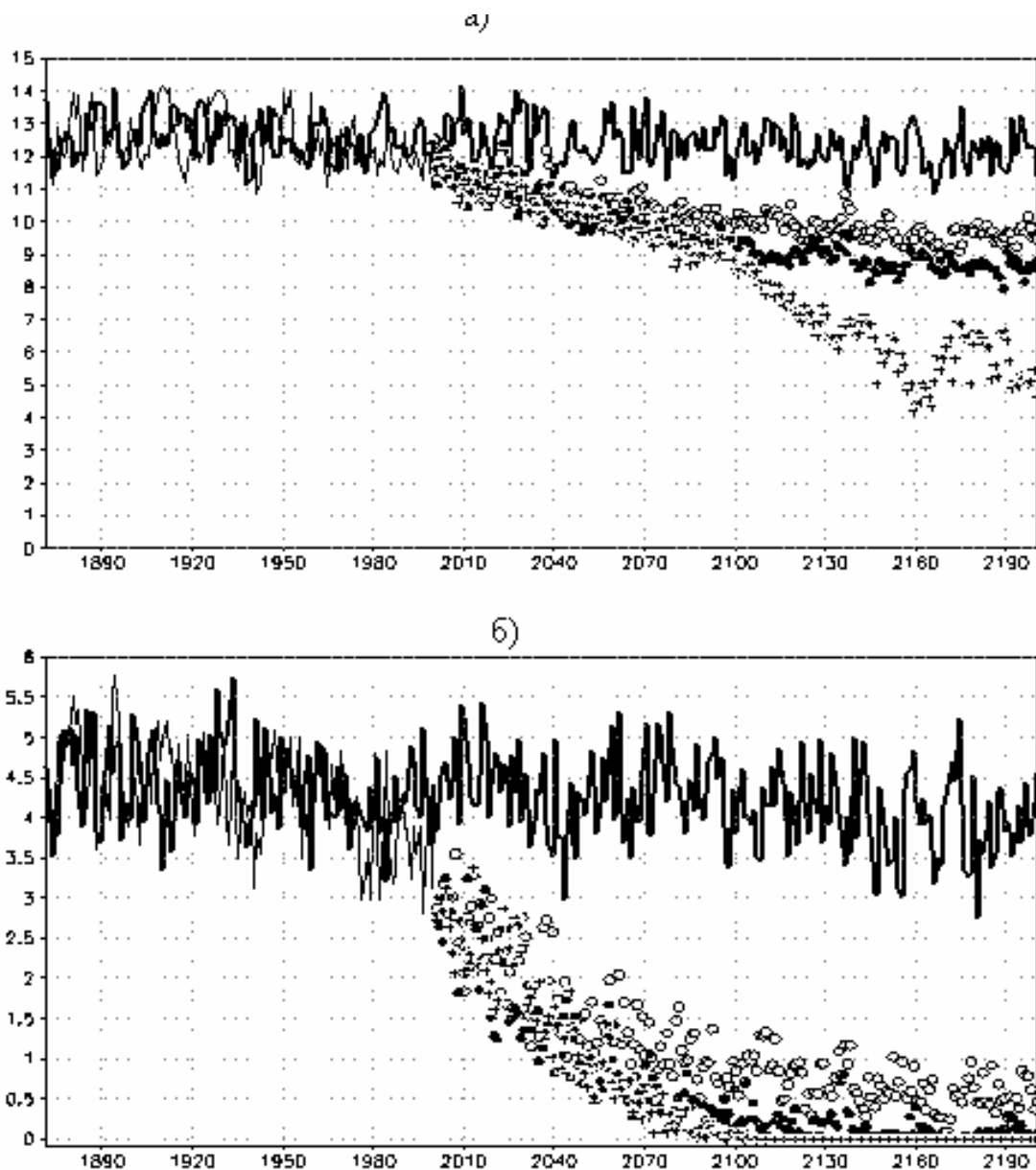


Рис. 11. Площадь морского льда в северном полушарии, млн. км² в марте (а) и сентябре (б) по данным контрольного эксперимента (жирная линия), эксперимента по воспроизведению климата XX века (тонкая линия), экспериментов B1 (открытые кружки), A1B (черные кружки), A2 (крестики).

Заключение

Подводя итог, подчеркнем еще раз, что стратегия научной деятельности Института вычислительной математики РАН в рамках национальной климатической программы может быть охарактеризована как базирующаяся на следующих четырех основных положениях: 1) создание оригинальной климатической модели, 2) реализация модели на параллельных вычислительных системах, 3) разработка математической теории климата и 4) исследование актуальных для России региональных проблем климатической изменчивости. Можно утверждать, что в Институте вычислительной математики РАН созданы теоретические и

технологические предпосылки для решения задач, связанных с проблемой предсказания климатических изменений - как естественных, так и вызываемых деятельностью человеческого сообщества. Разработанные в Институте модели общей циркуляции атмосферы и океана достигли в настоящее время мирового уровня сложности описания физических процессов и адекватности воспроизведения характеристик современного климата. Результаты моделирования совместной циркуляции атмосферы и океана свидетельствуют о перспективности дальнейшего развития климатической модели ИВМ РАН с целью исследования изменений климата на различных масштабах времени.

Основные направления, в рамках которых возможно развитие в ближайшие годы математической теории климата, а также моделирования климата и его изменений, можно сформулировать следующим образом.

1. Математическая теория климата: а) создание теории устойчивости аттракторов климатических моделей; б) исследование структуры аттракторов климатических моделей; в) развитие теории чувствительности климатических моделей (теоремы о линейном приближении для различных моментов, численное исследование линейной теории отклика на малые возмущения, оптимальные возмущения, алгоритмы построения оператора отклика); г) теория управления диссипативными системами (управление климатом).

2. Климатические модели: а) развитие параметризаций физических процессов (стохастические параметризации); б) совершенствование совместных моделей атмосферы и океана; в) разработка региональных моделей климата и методов оценки последствий изменений климата для природной среды; г) создание моделей средней и верхней атмосферы для решения задач, связанных с «космической погодой».

3. Численные методы и параллельные вычисления: а) разработка теории аппроксимации уравнений гидротермодинамики на аттракторах (аппроксимация аттрактора как множества и аппроксимация меры на нем); б) аппроксимация динамики климатической системы на аттракторах; в) разработка схем с заданной группой симметрий; г) построение и использование пространственно-временных адаптивных сеток; д) разработка вычислительных технологий, ориентированных на массивно-параллельные вычислительные системы.

Все это позволяет надеяться на создание в будущем национальной экспертной системы, на базе которой должны осуществляться оценки и научно обоснованные прогнозы колебаний и изменений климата как в глобальном, так и региональном масштабах.

Представленные в данной работе исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства промышленности, науки и технологий (контракт № МО-10(00)-П), Российского гранта "Научная школа" НШ-1958.2003.5, Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №№ 01-05-64150, 02-05-64901, 02-05-64909, 02-05-64911, 02-05-65020, 02-15-98515, 03-05-64660, 04-05-64898), а также ИНТАС (гранты №№ 00-189, 01-732, 01-2132).

Литература

1. Володин Е.М., Дианский Н.А. Отклик совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана на увеличение содержания углекислого газа. – Известия РАН, Физика атмосферы и океана, 2003, т. 39, с. 193-210.

2. Володин Е.М., Дианский Н.А. Моделирование изменений климата в 20 – 22 столетиях с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана. - Известия РАН, Физика атмосферы и океана (в печати).
3. Грицун А.С., Дымников В.П. Отклик баротропной атмосферы на малые внешние воздействия. Теория и численные эксперименты. – Известия РАН, Физика атмосферы и океана, 1999, т. 35, с. 511-525.
4. Дымников В.П., Лыкосов В.Н., Володин Е.М., Галин В.Я., Глазунов А.В., Грицун А.С., Дианский Н.А., Толстых М.А., Чавро А.И. Моделирование климата и его изменений. – В: «Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования», М.: Наука, 2005, т. 2, с. 38-175.
5. Дымников В.П., Филатов А.Н. Основы математической теории климата. - М.: ВИНТИ, 1994, 252 с.
6. Dymnikov V., Filatov A. Mathematics of climate modeling. Birkhauser, Boston, 1997, 264 pp.
7. Climate Change 2001. The Scientific Basis. – J.T. Houghton, Y. Ding, D.J. Griggs et al. (Eds), Intergovernmental Panel on Climate Change, Cambridge, 2001, 881 pp.
8. Gage K.S., Nastrom G.D. On the spectrum of atmospheric velocity fluctuations seen by MST/ST radar and their interpretation. – Radio Sci, v. 20, p. 1339-1347.
9. Gritsoun A.S. Fluctuation-dissipation theorem on the attractors of atmospheric models. - Russ. J. Numer. Analysis Math. Modelling, 2001, v. 16, p. 115-133.
10. Gritsoun A.S., Branstator G., Dymnikov V.P. Construction of the linear response operator of an atmospheric general circulation model to small external forcing. - Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling, 2002, v. 17, p. 399-416.
11. Koshyk J.N., Hamilton K., Mahlman J.D. Simulation of $k^{-5/3}$ mesoscale spectral regime in the GFDL SKYHI general circulation model. – Geophys. Res. Lett., v. 26, p. 843-846.
12. Kraichnan R. Classical fluctuation-relaxation theorem. - Phys. Rev., 1959, v.113, p. 1181-1183.
13. Levitus S. World Ocean Atlas - CD-ROM Data Set. - U.S.Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, National Environmental Satellite Data and Information Service, National Oceanographic Data Center, Ocean Climate Laboratory, 1994.
14. Nastrom G.D., Gage K.S. A climatology of atmospheric wavenumber spectra of wind and temperature observed by commercial aircraft. – J. Atmos. Sci., 1985, v. 42, p. 950-960.
15. E.J.Pitcher, R.C.Malone, V.Ramanathan, M.Blackmon, K.Puri, W.Bourke, January and July simulations with a spectral general circulation model. - J. Atmos. Sci., 1982, v. 40, p. 580.
16. Tung K.K., Orlando W.W. The k^{-3} and $k^{-5/3}$ energy spectrum of atmospheric turbulence: quasigeostrophic two-level model simulation. – J. Atmos. Sci., 2003, v. 60, p. 824-835.
17. Zeeman E.C. Stability of dynamical systems. - Nonlinearity, 1987, v. 1, p. 115-135.