

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ  
по курсу "Линейная алгебра и аналитическая геометрия"(1 семестр)  
1-й поток, 2009 год

ЧАСТЬ 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

1. Операции над матрицами и их свойства.
2. Линейная зависимость и независимость. Базис и размерность линейной оболочки.
3. Перестановки и подстановки, транспозиции, четность.
4. Определитель и его свойства как функции столбцов (строк).
5. Определитель транспонированной матрицы.
6. Определитель произведения матриц.
7. Невырожденные матрицы. Обратные матрицы. Критерий обратимости матрицы.
8. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
9. Явный вид обратной матрицы.
10. Ранг матрицы и линейная зависимость строк и столбцов. Теорема о базисном миноре.
11. Ранг суммы и произведения матриц. Ранг матрицы и элементарные преобразования.
12. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Приведение к диагональному виду.
13. Эквивалентные матрицы. Критерий эквивалентности.
14. Системы линейных алгебраических уравнений. Эквивалентность систем. Элементарные преобразования уравнений и умножение на невырожденные матрицы.
15. Системы с невырожденной матрицей. Правило Крамера.
16. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений. Критерий единственности решения.
17. Метод Гаусса исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений. Число арифметических операций в методе Гаусса.
18. Геометрические свойства множества решений однородной системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений.
19. Геометрические свойства множества решений неоднородной системы линейных алгебраических уравнений. Общее решение.
20. Линейное пространство. Базис и размерность. Переход к другому базису, матрица перехода.
21. Линейные подпространства и многообразия. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.

## ЧАСТЬ 2. ЭЛЕМЕНТЫ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ

1. Декартово произведение множеств и бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Отношение частичного порядка.
2. Алгебраические операции. Ассоциативность и скобки.
3. Группы и подгруппы. Симметрическая и знакопеременная группы.
4. Группа невырожденных матриц. Группа невырожденных треугольных матриц. Группа ортогональных матриц.
5. Степени элемента. Циклические группы. Подгруппы циклической группы. Абелевы группы.
6. Подгруппы, смежные классы, нормальные подгруппы (нормальные делители).
7. Конечные группы. Теорема Лагранжа.
8. Изоморфизм и гомоморфизм групп. Фактор-группа по нормальной подгруппе. Свободная группа.
9. Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость. Тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент произведения комплексных чисел.
10. Формула Муавра. Корни из единицы. Группа корней  $n$ -й степени из единицы. Первообразные корни.
11. Кольца, поля, линейные пространства над полем.
12. Кольцо вычетов. Поле вычетов по простому модулю.
13. Характеристика поля. Необходимое и достаточное условие существования поля из  $n$  элементов.
14. Многочлены как формальные выражения и как функции. Условие эквивалентности двух определений многочлена.
15. Кольцо многочленов. Идеал. Деление с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
16. Целостное кольцо и поле частных.
17. Гауссовы кольца. Разложение на неприводимые множители в кольце многочленов от  $n$  переменных.
18. Значения многочлена и корни. Теорема Безу. Алгебраическое расширение поля. Размерность расширения.
19. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на линейные множители.
20. Каноническое разложение комплексных и вещественных многочленов. Кратность корня.
21. Формулы Виета. Общие и элементарные симметрические многочлены.

### ЧАСТЬ 3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Аффинная система координат. Преобразование координат.
2. Направленные отрезки. Свободный вектор.
3. Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Проекция вектора.
4. Линейная зависимость векторов. Коллинеарные и компланарные векторы.
5. Параметрические уравнения прямой и плоскости.
6. Общее уравнение прямой в аффинной системе координат на плоскости. Критерий параллельности вектора прямой.
7. Общее уравнение плоскости в аффинной системе координат в пространстве. Критерий параллельности вектора плоскости.
8. Скалярное произведение геометрических векторов, его вычисление в прямоугольных декартовых координатах.
9. Векторное и смешанное произведения векторов, их вычисление в прямоугольных декартовых координатах.
10. Нормали к прямой и плоскости. Расстояние от точки до прямой и до плоскости.
11. Алгебраические линии и поверхности. Инвариантность порядка. Матричная запись общего уравнения второго порядка на плоскости и в пространстве.
12. Приведенные уравнения линии второго порядка на плоскости. Метод вращений.
13. Эллипс. Фокусы и директрисы.
14. Гипербола. Фокусы и директрисы.
15. Парабола. Фокус и директриса.
16. Преобразования прямоугольных декартовых систем координат и ортогональные матрицы.
17. Приведенные уравнения поверхности второго порядка. Метод вращений.
18. Эллипсоид, гиперboloиды, параболоиды, конус и цилиндрические поверхности.
19. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида.